ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302654266327

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЗАПАДОВНИКОВ

Имя АЛЕКСЕЙ

Отчество ВИКТОРОВИЧ

Дата рождения 18 07 2006

Город участия ТЮМЕНЬ

Аудитория 409

Телефон 89923018111

Дата 05 02 2024 Подпись

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302654266327

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Тюмень

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	15	20	0	–	–					
Балл члена жюри №2	15	20	0	–	–					

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1 Пусть такое возможно. сумма 12 последов чисел это $\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

где $n=12$, $d=1$ тогда это сумма всех чисел в рядах и в столбцах то есть каждое число мы считаем дважды то есть справедливо $\frac{2a_1+(11)\cdot 1}{2}\cdot 12 = 2\cdot S_ч$

где $S_ч$ это сумма всех чисел в табличке

$(2a_1+11)\cdot 6 = 2S_ч \Leftrightarrow (2a_1+11)\cdot 3 = S_ч$ заметим, что левая часть нечётна т.к $2a_1 \vdots 2$, $11 \not\vdots 2$, $3 \not\vdots 2$ =>

~~$S_ч$ тоже должна быть нечётна => в табличке нечётное кол-во нечётных чисел т.к мы должны получить нечётны 12 последов чисел среди них 6 нечётных то есть в табличке должно быть ≥ 6 нечётных чисел т.к кол-во нечётных не чётно то их ≥ 7 среди чисел от 1 до 36 18 нечётных то возможны случаи когда у нас в табличке 7, 9, 11, 13, 15, 17 нечётных. Рассмотрим случай, когда 7 нечётных в табличке, т.к среди сумм по рядам и столбцам чётное кол-во нечётных, а именно 6~~

$(2a_1+11)\cdot 3 = S_ч = \frac{36\cdot 37}{2} = 13\cdot 37$ арифм. ошибка

$(2a_1+11)\cdot 3 = 13\cdot 37$ т.к $a_1 \in N$ то левая часть $\vdots 3$

а правая часть $\not\vdots 3$ Получаем противоречие

=> такого быть не может

∓

Задание 3. Пусть 6 и 4 не стоят рядом
Рассмотрим все случаи.

тогда 2 5 , справа от пятёрки стоит

Не рассмотрен случай "1"

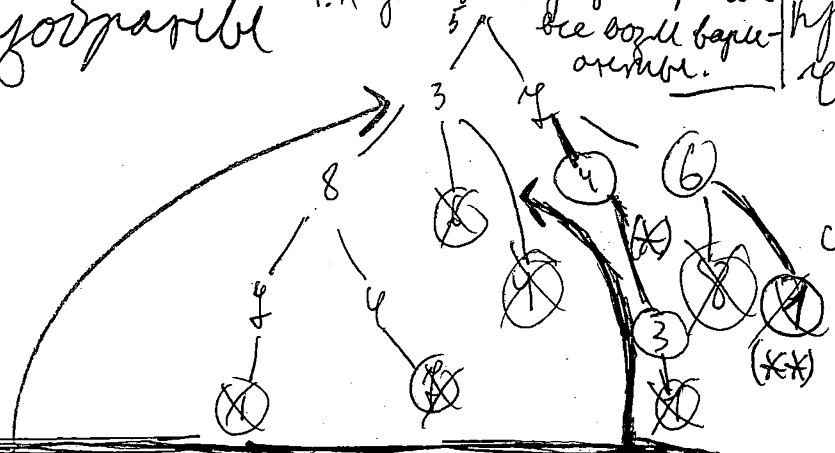
3 или 7 : Пусть стоит 3 тогда справа от
тройки стоит 6 или 8 или 4 (см в конце решения) пусть 6 тогда получаем
ситуацию 6 : 3-K где K≠4 K≠5 такого K от
1 до 8 не ∃ получаем противоречие
пусть стоит 8 справа от 3 тогда справа от
8 стоит 4 или 7 т.к 5 уже занята пусть
стоит 4 тогда справа от 4 (следующее число) стоит 7 ~~или 7~~
после стоять 6 но мы предположили, что
так быть не может => стоит 7 рядом с 4
но тогда за 7 может стоять только 3 но 3 уже стоит
рядом с 5 получаем противоречие. пусть
рядом с 8 стоит (за 8) тогда после 7 стоит только
1 но тогда на оставшиеся места ~~но~~ идут 4 и
6 противоречие. Итак пусть в самом начале
за 5 стоит не 3 а ~~4~~ 7: 2 5 7 ну тогда
справа (за 7) стоит ~~8 или~~ 1 если 1, то
за 1 стоит ~~стоять может только 6 но
она уже занята получаем противоречие.~~
пусть после 7 ~~стоит~~ 8 ~~тогда за 8 стоит
6 или~~ но 8 ~~стоять не может т.к~~

продолжение задания 3

~~е~~ за 7 может стоять только 6 тогда за 6 может стоять только 5 или 4 или 8 но 5 занята 4 не может по предполож => стоит 8 тогда за 8 может стоять только {7; 5; 4; 2} но 5; 2; 7 уже стоят тогда только 4 тогда за 4 стоит 1 или 3 но тогда 4⋮(8−1) 4⋮(8−3) получаем противоречие

Мы запустили алгоритм поиска в глубину DFS очевидно что все случаи разобраны

Т.К для ситуации росли все возм варианты.



крестик в графе это противоречия => предположение о том, что 4 и 6 не стоят рядом не верное => они обязаны стоять рядом если такая конструкция возможна. вот пример, что возможна

6 4 2 5
1 3
7 8

После 3 может ещё стоять 4 после 4 7 или 2 но 2 уже стоит => стоит 7 но после 7 может стоять только 3 но 3 уже стоит противоречие

случай (*) на другом листке

Задание №2.

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a\sqrt{1-b^2-c^2+(bc)^2} + b\sqrt{1-c^2-a^2+(ac)^2} + c\sqrt{1-a^2-b^2+(ab)^2} \geq 2\sqrt{abc} \quad (*)$$

$$a^2+b^2+c^2+2abc=1 \Rightarrow \begin{cases} 1-b^2-c^2 = a^2+2abc \\ 1-c^2-a^2 = b^2+2abc \\ 1-a^2-b^2 = c^2+2abc \end{cases} \quad \text{тогда}$$

$(*) \Leftrightarrow$

$$a\sqrt{\underbrace{a^2+2\cdot a\cdot bc+(bc)^2}_{=(a+bc)^2}} + b\sqrt{\underbrace{b^2+2abc+(ac)^2}_{=(b+ac)^2}} + c\sqrt{\underbrace{c^2+2abc+(ab)^2}_{=(c+ab)^2}} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a|a+bc| + b|b+ac| + c|c+ab| \geq 2\sqrt{abc}$$

т.к. $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$ то $\forall$ модуль раскр с „+"

$$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$\underbrace{a^2+b^2+c^2+2abc}_{=1}+abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1+abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1-2\sqrt{abc}+abc \geq 0$$

$$\left(1-\sqrt{abc}\right)^2 \geq 0 \quad \text{ЧТД}.$$

$\Downarrow$

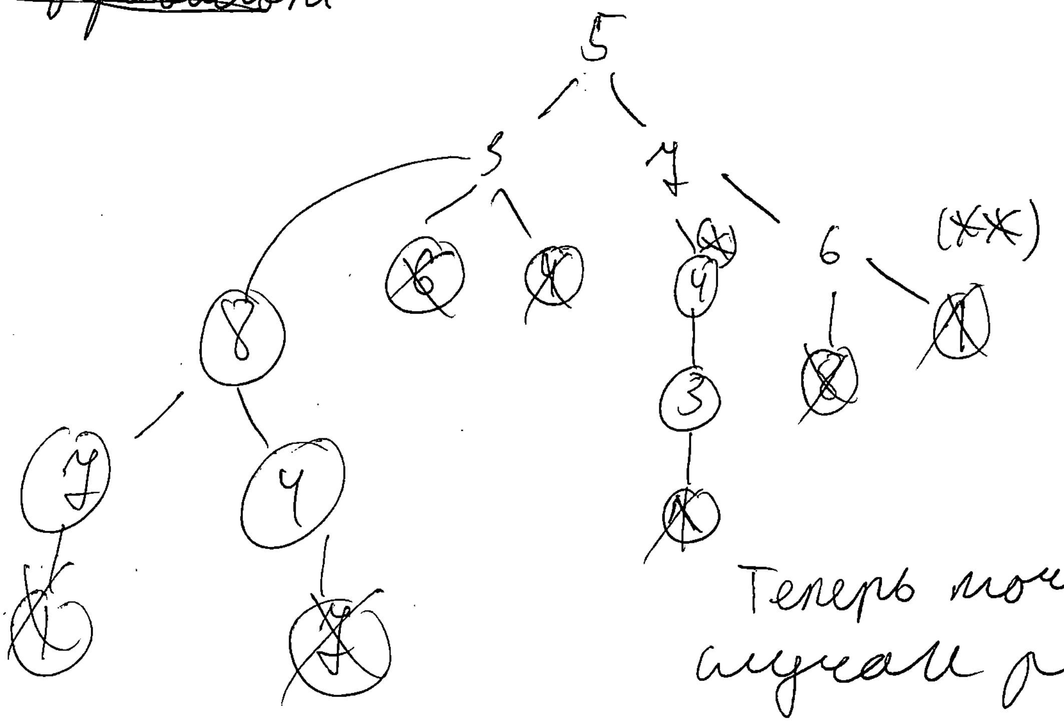
$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

Задание 3 случай, когда после 7 идёт 4.(*) тогда после 4 6 или 5 или 3 6 не может по предположению => только 5 или 3. ~~[illegible]~~, но 5 уже использов => только 3 тогда ~~тол~~ после 3 только 1 т.к 5 и 7 уже использованы, но тогда после 1 только 2 или 4 но они уже использованы получаем противоречие

и случай когда (**) после 6 5 7 6 1 идёт 1

ну тогда после 1 5 или 7 но они уже стоят => противоречие.

~~вот правильный~~



Теперь точно все случаи разобраны