

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия БЕЛАВКИН

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество ИВАНОВИЧ

Дата рождения 08 08 2006

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 349

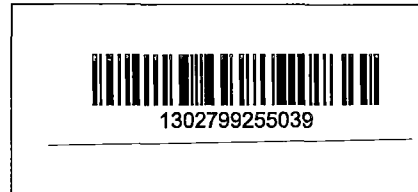
Телефон 89823083492

Дата 05 02 2024

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

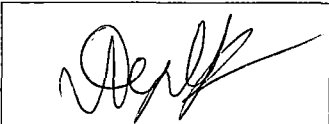
Заполняется организаторами

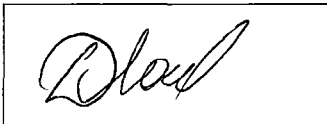
Количество доп. листов *02* Количество черновиков к проверке
 Время выхода с *14:10* до *14:11*

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>	<i>5</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
Балл члена жюри №2	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>	<i>5</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>

Итоговый балл *45*

Подпись члена жюри №1 

Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

Клеток всего $6 \cdot 6 = 36$ и 36 чисел \Rightarrow все числа будут размаканы. Найдём сумму всех чисел квадрата:

$$1 + 2 + \dots + 36 = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 18,5 \cdot 36 = 18 \cdot 36 + 18 = 18 \cdot 37 = 666$$

12 чисел являются 12 последовательными числами \Rightarrow пусть наименьшая сумма - x .

Тогда: $x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+11) = 666 \cdot 2$ (удвоенная сумма, т.к. сумма 6 строк = 666, аналогично со столбцами)

$$\frac{x + (x+11)}{2} \cdot 12 = 666 \cdot 2$$

$$3(2x+11) = 666$$

$$2x+11 = 222$$

$$2x = 211$$

$$x = \frac{211}{2} = 105,5$$

Мы получили, что необходимо, чтобы ^{наименьшая} сумма из 12 чисел была равна 105,5, но это невозможно, т.к. числа натуральные (то есть любая сумма - это натуральное число, а не целое дробное)

Значит, так размакнуть нельзя

Ответ: нельзя

Задача 2

$$\begin{aligned} (1-b^2)(1-c^2) &= 1 - c^2 - b^2 + b^2c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 + 2abc &= 1 \Rightarrow 1 - c^2 - b^2 = a^2 + 2abc \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \Rightarrow (1-b^2)(1-c^2) = \\ = a^2 + 2abc + b^2c^2 \end{array} \right\}$$

$$= (a^2 + abc) + (abc + b^2c^2) = a(a+bc) + bc(a+bc) = (a+bc)^2$$

Тогда $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a|a+bc|$. Заметим, что т.к. $a, b, c > 0$, то $|a+bc| > 0 \Rightarrow a|a+bc| = a(a+bc)$

см. оборот дальше

$$(1-c^2)(1-a^2) = 1 - a^2 - c^2 + a^2c^2 \quad (1)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow 1 - a^2 - c^2 = b^2 + 2abc \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{из (1) и (2)} &\Rightarrow (1-c^2)(1-a^2) = b^2 + 2abc + a^2c^2 = \\ &= (b^2 + abc) + (abc + a^2c^2) = b(b+ac) + ac(b+ac) = \\ &= (b+ac)^2 \end{aligned}$$

$$b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} = b\sqrt{(b+ac)^2} = b|b+ac|$$

$$b+ac > 0, \text{ т.к. } a, b, c > 0 \Rightarrow b|b+ac| = b(b+ac)$$

$$(1-a^2)(1-b^2) = 1 - b^2 - a^2 + a^2b^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow 1 - b^2 - a^2 = c^2 + 2abc \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow (1-a^2)(1-b^2) = c^2 + 2abc + a^2b^2 =$$

$$\begin{aligned} &= (c^2 + abc) + (abc + a^2b^2) = c(c+ab) + ab(c+ab) = \\ &= (ab+c)^2 \end{aligned}$$

$$c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = c\sqrt{(ab+c)^2} = c|ab+c| = c(ab+c) \quad > 0, \text{ т.к. } a, b, c > 0$$

~~а~~

Значит, необходимо теперь доказать следующее:

$$a(a+bc) + b(b+ac) + c(ab+c) \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ (по условию) \Rightarrow необходимо доказать, что:

$$1 + abc \geq 2\sqrt{abc} \quad \text{при любых } a, b, c > 0$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{abc}, \quad t > 0:$$

$$1 + t^2 \geq 2t$$

$$1 - 2t + t^2 \geq 0$$

$$(1-t)^2 \geq 0 \quad - \text{это всегда так при любых } t > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + abc \geq 2\sqrt{abc} \quad \text{при любых } a, b, c > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

при $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ и a, b, c — положительные

Доказано

+

Задача 4

8	X	X	0	X	X	0	X	X
7	X	X	0	X	X	0	X	X
6	X	0	X	X	X	X	0	X
5	X	0	X	X	X	X	0	X
4	0	X	X	X	X	X	X	0
3	0	X	X	X	X	X	X	0
2	X	X	X	0	0	X	X	X
1	X	X	X	0	0	X	X	X
	a	b	c	d	e	f	g	h

Для удобства нарисуем шахматную доску 8x8 и пронумеруем столбцы и строки. Клетки будем называть в формате (буква; цифра). Например, (a; 1) - это левая крайняя левая нижняя клетка. Также запиши "a1" аналогично запиши (a; 1) - примерка 16

1. Допустим, нам нужно, чтобы a1 была "подбита". Для этого поставить оборотня на одну из след.

клеток: $\begin{bmatrix} a1 \\ c1 \\ a3 \end{bmatrix}$

Если оборотень стоит на a1, то он бьет 3 клетки: a1, a3, c1
 Если оборотень стоит на c1, то он бьет a1, f e1, c1, c3, то есть 4 клетки.
 Если оборотень стоит на a3, то он бьет a1, a3, a5, c3.
 Значит, оптимально ставить оборотня на клетку c1, или на a3. Заметим, что c1 и a3 "симметричны" относительно крайней клетки доски (в данном случае под "симметричны" понимаем то, что поворачивая доску на 90° несколько раз, c1 будет на месте a3 и наоборот).
 Значит, нам всё равно, ставить оборотня в a3 или c1. Допустим, он в a3. (обозначаем на доске)

2. Теперь нам нужно, чтобы была битой клетка a2, тогда оборотень на $\begin{bmatrix} a2 - 3 \text{ клетки} \\ a4 - 4 \text{ клетки} \\ c2 - 4 \text{ клетки} \end{bmatrix}$
 \Rightarrow оборотень или на a4 или на c2 \Rightarrow пусть на a4. (если на a4, то \Rightarrow бьет a4, a6, a2, c4)

сн. оборот

Аналогичным образом понимаем, что, чтобы
клетки а7 и а8 были оптимально поставлены
оборотней на с7 и с8. Тогда дополнительно должны
клетки с7, с8, а7, а8, е7, е8, с6, с5

3. Чтобы были клетки с1 и с2, оптимальнее всего
будет поставить оборотней на е1 и е2 (тогда они
будут пользоваться тем же местом)

4. Заметим, что столбцы f и h необходимо заполнить
состав также как с и а, соответственно (столбцы e
на них не влияет, т.к. оборотни на е1 дают g1 и с1)
Сделаем это + все клетки, которые дают оборотни поставили
"X"

5. Теперь заполняем столбец b

Чтобы была клетка b8, оптимальнее поставить
оборотня на b6 (объяснение все аналогичное пред. пунктам =>
b8 и b4 подумай

Аналогично, чтобы подумай b7, оптимальнее поставить
оборотня на b5 => b5, b7, b3, d5 подумай

Также поставим оборотней на d1 и d2 => подумай b1,
b2, d1, d2, d3, d4 оценка потребности на каждую
авторитет

6. Оптимизировать следующие клетки: d6, e5, e6, g3-g6.

Как оптимальнее подумай d6? - поставить оборотня
на d6, т.к. это единственно возможный вариант

7. Чтобы подумай e5 и e6, нужно поставить гвиза
оборотней либо на e5, e6 и они дадут e5, e6, g5, g6 (из
клеток необходимо) , либо на g5, g6, и тогда они
дадут e5, e6, g5, g6, g7, g8, g4, g3. Предпочтительно, что
оптимальнее второго варианта

8. ~~Итак~~ Какую клетку шашкистой гвизи подумай

9. Все оборотней 17

10. Теперь заметим, что оборотень, стоящая на d6,
может быть убрана, т.к. d6 даёт оборотень на b6,
d8 даёт оборотень f8, d4 даёт оборотень на d2,
на b6 стоит оборотень, f6 даёт оборотень на f3.

11. Значит, всего оборотней 16

Ответ: 16
сн. об.

* пояснение: если в решении сказано, что
оборотень даёт клетки также-то, это
значит, что либо указав все клетки, кото-
рые он даёт, либо указав ещё необходимые
клетки.

7

Задача 3

* (circled)

2 5

5 делится на 1, 5 => после "5" идёт

либо 1, либо 3, либо 7.
(1) (2) (3)

*: перед доказателем от противного, то есть допустить, что 4 и 6 не стоят рядом.

(1) 2 5
1

"1" делится только на 1 => после 1 либо идёт либо 4, либо 6

1) Если 4:

2 5 1
3 4

"4" делится на 1, 2, 4
Значит, после 4 либо 2,
либо 3, либо 5.

5 и 2 идти не могут, т.к. уже были => "3" либо 3, либо 7

Пройка делится на 1, 3. => после "3" либо 2, либо 1
Однако обе эти цифры уже поставлены => противоречие.

2) Если 6:

2 5 1
6

6 делится на 1, 2, 3, 6 => после

6 [7 - не ставим, т.к. хотим доказать, что не могут быть рядом
4
3 - было]

1. Если после 6 идёт 7:

2 5 1
7 6

7 делится на 1 и на 7 => след. цифра только 7 или 5, но они уже были ⊖ ✓

2. Если после 6 идёт 3:

2 5 1
3 6

3 делится на 1, 3 => след. цифра либо 5, либо 7, либо 3.

Подходит только 7, а в 6 цифре "1" уже поставили, что такой вариант невозможен (см. выше)

Значит, после "5" не может идти цифра 1.

См. обратит

См. дополнит №1

не разобран

(2) $\begin{matrix} & 2 & 5 & 3 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{matrix}$ 3 числа на 3 и 1 \Rightarrow след. цифрой может быть $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$ - бита \ominus

1) $\begin{matrix} & 2 & 5 & 3 \\ & & & \\ & & & \\ & & & 4 \end{matrix}$

4 числа на 1; 2; 4 \Rightarrow после 4 может быть либо 4, либо 2, либо 5, либо 1, либо 7. Подходит только 1 или 7

$\begin{matrix} & 2 & 5 & 3 \\ & & & \\ & & & \\ & & & 1 \end{matrix}$

После 1 либо 3, либо 5, но они уже биты \ominus \checkmark

$\begin{matrix} & 2 & 5 & 3 \\ & & & \\ & & & \\ & & & 7 \end{matrix}$

После 7 может стоять либо 5, либо 3, но они уже биты \ominus \checkmark

2) $\begin{matrix} & 2 & 5 & 3 \\ & & & \\ & & & \\ & & & 6 \end{matrix}$

После 6 может идти либо 6, либо 1, либо 5, либо 2, либо 4

6 или 6, 5, 2 не могут быть, т.к. уже встретились, 4 не может быть, т.к. мы уловим, что 6 и 4 не стоят рядом

3) $\begin{matrix} & 2 & 5 & 3 \\ & & & \\ & & & \\ & & & 8 \end{matrix}$

После 8 может стоять либо 2, либо 4, либо 7, либо 5, либо 1

2, 5. биты не могут, т.к. уже встретились

Остаются 4; 1; 7

небольшое пояснение:

см. оборот

Фраза "после числа x может идти число y" означает, что если идти по какой-то стрелке, то x будет до y.

Дополнительная

места № 1

предположение №3

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 5 & 3 \\
 & 8 & \\
 & 4 &
 \end{array}$$

После 4 может быть либо 6, либо 7.

6 не может быть из предположения, что 4 и 6 не стоят рядом \Rightarrow после 4 идёт 7

~~7~~

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 5 & 3 \\
 & 8 & \\
 7 & 4 &
 \end{array}$$

после 7 может идти либо 3, либо 5, но они были

⊖

Значит, после 8 могут идти либо 1, либо 7

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 5 & 3 \\
 & 8 & \\
 7 & 1 &
 \end{array}$$

После 1 идёт 7 (уже использованы варианты) \Rightarrow после 7 либо 2 ⊖ (т.к. была), либо 8 ⊖ (т.к. была)

Значит, после 8 не может идти 1

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 5 & 3 \\
 & 8 & \\
 1 & 7 &
 \end{array}$$

После 7 может идти либо 1 либо 7, но 7 уже была, поэтому 1.

После 1 может идти либо 6, либо 8 (уже была) \Rightarrow после 1 идёт 6 \Rightarrow 4 и 6 стоят рядом ⊖

Значит, после цифр 2 и 5 не может стоять цифра 3. Остаётся последний вариант, когда после 5 идёт 7

(3)
$$\begin{array}{ccc}
 2 & 5 & 7 \\
 & 8 & \\
 & 4 &
 \end{array}$$

После 7 идёт либо 4, либо 6

См. оборот

Пусть 4:

2 5
7
4

Тогда 4 может идти

$\begin{cases} 3 \text{ (1)} \\ 5 - \text{бума} \\ 6 - \text{не может быть} \\ 8 \text{ (2)} \end{cases}$

(1)

2 5 7
1 3 4

Тогда 3 может

идти $\begin{cases} 7 - \text{бума} \\ 1 \\ 5 - \text{бума} \\ 3 - \text{бума} \end{cases}$

Тогда 1 может идти
2 или 4, но они
бума.

(2)

2 5
7

Тогда 8
может идти

$\begin{cases} 6 - \text{бума} \\ 2 \\ 5 - \text{бума} \\ 3 \end{cases}$

2 5
7

Тогда 6

$\begin{cases} 5 \\ 6 \\ 7 \end{cases}$ все бума

2 5
7

Тогда 3:

$\begin{cases} 5 \\ 7 \end{cases} - \text{бума}$

Значит, 4 не может идти после 7

Еще 6:

2 5
7
1 6

Тогда 6:

$\begin{cases} 1 \\ 4 \text{ (1)} \\ 5 \text{ (2)} \\ 6 \text{ (3)} \end{cases}$

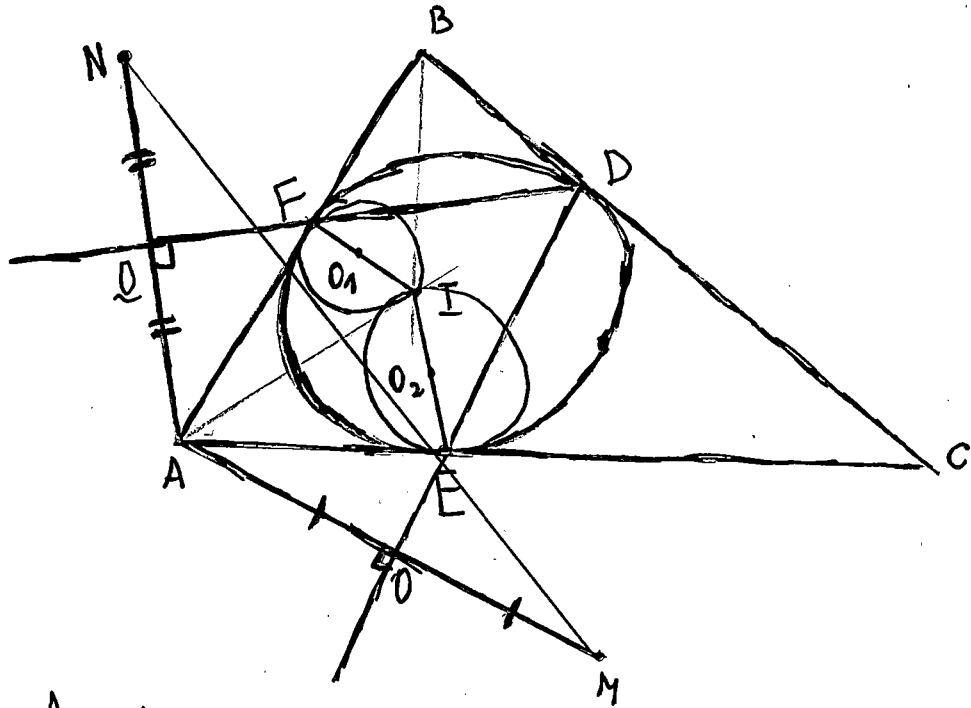
Тогда 1 может идти $\begin{cases} 5 \text{ , но они} \\ 7 \text{ бума} \end{cases}$

Значит, мы видим, что если 4 и 6 не стоят рядом,
то невозможно представить их как в условии $\Rightarrow 44$
6 обязательно стоит рядом. Доказано

перестор не пашуны

Дополнительный лист №2

Задача 5



А и М симметричны относительно DE $\Rightarrow AM \perp DE$,

$AO = OM$, где $O = AM \cap DE$.

Аналогично, $ND = DA$, $NA \perp FD$, где $D = NA \cap DF$.

3 Двумя окружностями построены по FI и IE как на диаметрах: $\omega_1(O_1; FO_1)$, $\omega_2(O_2; IO_2)$

O_1 - центр FI

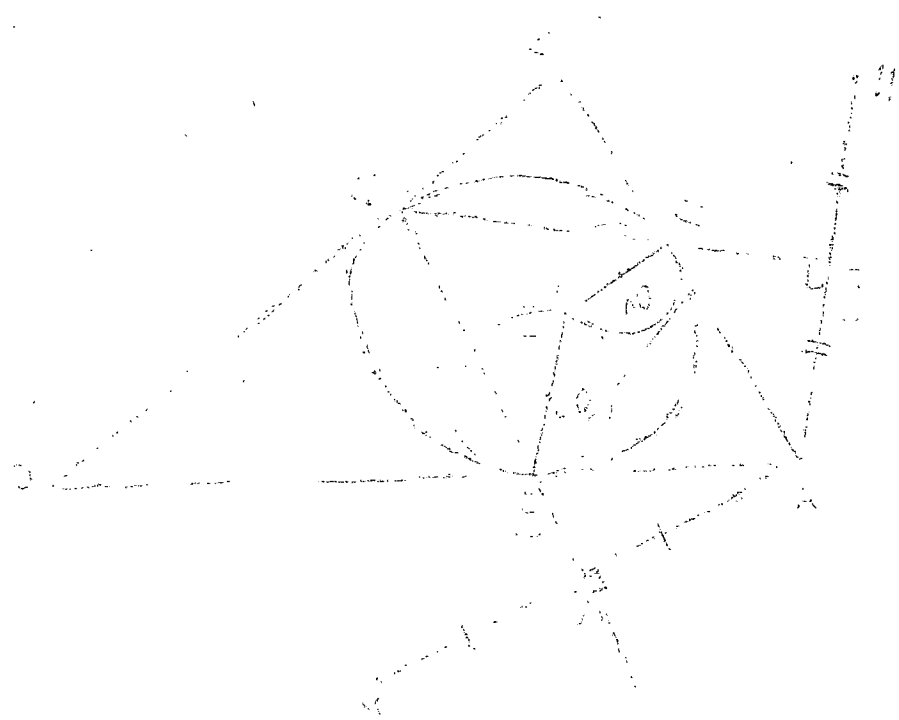
O_2 - центр IE

т.к. ω_1 и ω_2 вторично пересекаются в K ,

то K совпадает с I \Rightarrow нужно доказать,

что $I \in NM$

Diagram



The diagram illustrates the construction of the incenter of a triangle. The center of the circle is labeled O . The lines drawn from O to the vertices are the angle bisectors of the triangle. The perpendicular lines from O to the sides represent the radii of the inscribed circle. The diagram also shows the intersection of the angle bisectors at point O .

The diagram shows a triangle with vertices A , B , and C . The center of the inscribed circle is O . The lines AO , BO , and CO are the angle bisectors. The lines OD , OE , and OF are the radii perpendicular to the sides BC , AC , and AB respectively.

The diagram shows the construction of the incenter of a triangle. The center of the circle is labeled O . The lines drawn from O to the vertices are the angle bisectors of the triangle. The perpendicular lines from O to the sides represent the radii of the inscribed circle.