ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302158260799

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☑ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Фамилия САЛЧАК

Имя ТУМЕН

Отчество МЕРГЕНОВИЧ

Дата рождения 13 05 2006

Город участия БАРНАУЛ

Аудитория 304

Телефон 89833658731

Дата 05 02 2024 **Подпись** Салчак

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302158260799

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Город участия БАРНАУЛ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 15:42 до 15:46

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	10	–					
Балл члена жюри №2	20	0	0	20	–					

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №1

Начнем с того, что сумма всех чисел в квадрате равно: $(36+1)\cdot 18 = 666$ (нашли разбиением на пары), тогда 6 сумм и еще 6 сумм, состоящие из этих же чисел при сложении равны, тогда: так как они должны быть последовательными $\Rightarrow n, n+1, n+2, \ldots, n+11 \Rightarrow$ их сумма равна $12n+66$, но так как мы складываем по столбцам и по ~~строкам, числа, идущие~~ по ~~горизонтали~~, считаются дважды. Отнимем их и обозначим как $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ~~как~~ на рис.

x_1					
	x_2				
		x_3			
			x_4		
				x_5	
					x_6

Тогда:

$$12n+66-(x_1+\ldots+x_6)=666$$

$$12n-(x_1+\ldots+x_6)=600$$

$$n = 50 + \frac{x_1+\ldots+x_6}{12}$$

Данное слагаемое должно делиться на 12 и при случае, например, 1, 2, 3, 4, 5, 21 это работает.

Значит, такое возможно.

Ответ: да.

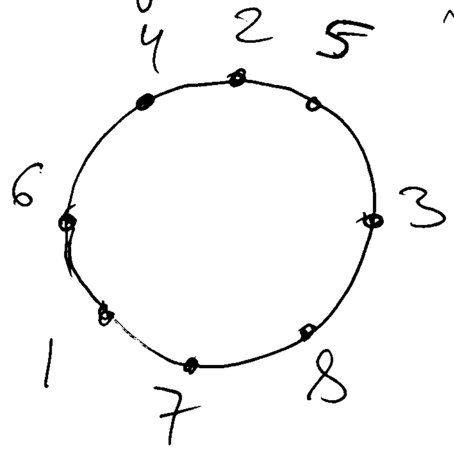
Задача №3.

Заметим, что самым большим числом, которое, к тому же, является простым это 7. Значит, оно

7 не делится на 8

делится либо на 1, либо на 8. 8 - самое большое число, которое должно быть с 7, чтобы получить 7 как делитель к 7. Но так как у нас получается расстановка в виде круга, мы поставим рядом с 7 еще 1, кроме 8, так как 6 не можем поставить $(8-6=2 \neq 1$ или $7)$. Но 1 делится только на 1, тогда ставим рядом с 1 число 7 и 6. Около 8 ставим 3, так как 6 занято, а 5, по условию, идет с 2, что не подходит для деления с 8. Тогда остается после 3 число 5, которое идет с 2, и последнее место остается для 4.

Пример: частный случай



Задача решена.

Задача №1.

Начнем с того, что нам нужно 12 последовательных чисел. Значит, их сумма равна: $n+n+1+n+2 \ldots + n+12 \Rightarrow 12n+66$

Теперь посчитаем сумму другим способом: найдем эту сумму в числах:

разделим по парам: $\frac{36 \cdot 37}{2} \cdot 2 = 1332$

Тогда, получаем уравнение:

$12n+66=1332$

$12n=1266$

$n=105{,}5$, но n должно быть целым

$\Uparrow$

противоречие

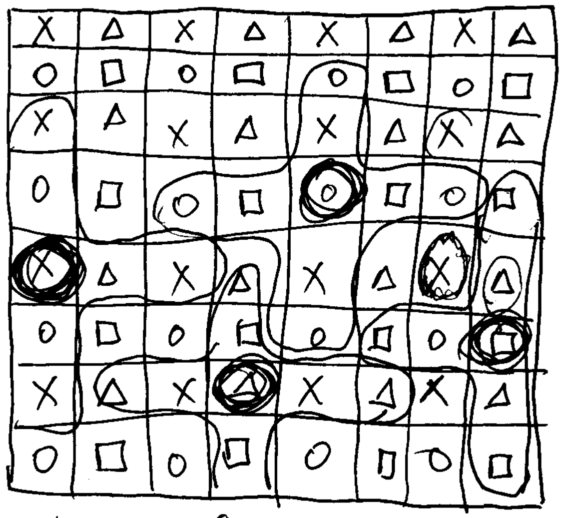
+

Ответ: нет.

Задача №4.

Заметим, что оборотень бьет только 5 клеточек, и в квадрате 2×2 он точно бьет хотя бы одну из этих квадратиков.

Нарисуем раскраску:



В одном квадрате 2×2 4 раскраски, и таких квадратов 16. Оборотень бьет 5 клеток, в одном из этих квадратов бьет точно одну.

примера нет

Но когда 3 оборотня по 5 клеткам $\Rightarrow 3\cdot 5 < 16$. Как сделан этот вывод! Тогда нужно 16 оборотней, чтобы полностью заполнить клетки. Пример: в кружочек обведены оборотни, которые ~~бьют~~ могут бить по всем квадратам 4×4.

+

Ответ: 16

Задача N 2.

$$a^2+b^2+c^2+2abc=1$$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2-1}+b\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2-1}+c\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2-1} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$\sqrt{a^2b^2c^2-a^2b^2-a^2c^2-a^2}+\sqrt{a^2b^2c^2-a^2b^2-b^2c^2-b^2}+\sqrt{a^2b^2c^2-a^2c^2-b^2c^2-c^2} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$abc\left(\sqrt{-a^2b^2-a^2c^2-a^2}+\sqrt{-a^2b^2-b^2c^2-b^2}+\sqrt{-a^2c^2-b^2c^2-c^2}\right) \geq 2\sqrt{abc}$$

нет

abc явно больше $\sqrt{abc}$

но у нас $2\sqrt{abc}$. Тогда: так как a, b, c → полож числа и значение под корнем больше или равно нуля.

Данная сумма в скобках слева явно больше $\sqrt{abc}$ => выражение доказано. (из средних неравенств о)

ч.т.д.