



Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия П О Н И З Я Й К И Н

Имя М А К С И М

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 0 7 0 9 2 0 0 6

Город участия Ч Е Б О К С А Р Ы

Аудитория 2 0 6

Телефон + 7 9 8 7 5 6 5 9 3 3 0

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия ЧЕБОКСАРЫ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____
 Время выхода с _____ : _____ до _____ : _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	0	-	-	-	-	-	-
Балл члена жюри №2	20	20	20	0	-	-	-	-	-	-

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

по горизонтали и вертикали

Пусть это получилось сделать. Тогда сумма 12-ти последовательных чисел будет равна удвоенной

сумме чисел в квадрате. Пусть x_1 - первое число, тогда последовательная сумма по столбцам и строкам (по горизонтали и вертикали).

$$x_1 + (x_1+1) + (x_1+2) + \dots + (x_1+11) = 2 \cdot (1+2+3+\dots+35+36)$$

$$12x_1 + (1+11) \cdot 5 + 6 = 2 \cdot 37 \cdot 12$$

$$12x_1 + 66 = 932$$

$$12x_1 = 866$$

но 866 не делится нацело на 12 $\Rightarrow x_1$ будет нецелым, что противоречит условию задачи (т.к. каждое исходное число).

Следовательно нельзя расставить числа от 1 до 36 так, чтобы суммы по горизонтали и по вертикали в некотором порядке были 12 последовательными числами.

Ответ: нет, нельзя.

№ 2.

Заметим, что $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a\sqrt{1-c^2-b^2+b^2c^2} = a\sqrt{a^2+b^2+c^2+2abc-c^2-b^2+b^2c^2} = a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} =$
 $= a\sqrt{a^2+abc+b^2c^2+abc} = a\sqrt{a(a+bc)+bc(bc+a)} = a\sqrt{(abc)^2} = a(a+bc)$ (выносим из под корня a и умножаем $+$)
 т.к. a, b и c по условию положительные $\Rightarrow abc > 0$

аналогично $b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} = b(b+ac)$ и $c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = c(c+ab)$

Тогда:
 $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) = a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc =$
 $= 1+abc$

По неравенству Коши о средних:

$$\frac{1+abc}{2} \geq \sqrt{1 \cdot abc}$$

$$1+abc \geq 2\sqrt{abc}$$

Что и требовалось доказать.

№ 3.

Допустим у нас получилось и числа b и c не стоят рядом. Определим какие числа могут стоять рядом с b и c : (числа на рисунке (тогда на дуге)

- $\dots \} 3, 4, 6, 7$
- 2
- $5 \dots \} 1, 3, 7$

Прогнозирование зудаги 3.

Определим какие пары чисел могут быть соседним 4 (маа, число 6 не была её соседом)

$u = \{4; 2; 1\}$

для разницы = 4: $\{7; 3; 5; 1\}$ (но по схеме для соседней 2 и 5, 4 не могла быть соседом 5)

для разницы = 2: $\{7; 5; 5; 3; 3; 1\}$ (но по схеме для соседней 2 и 5, 4 не могла быть соседом 5)

для разницы = 1: $\{8; 7; 3; 2; 2; 1\}$

Нового у 4 могут быть следующие пары соседней: $\{7; 3; 3; 1; 8; 7; 3; 2; 2; 1\}$ ✓

Проверим схемы для каждой пары: (числа стоят на окружности)

$\{7; 3\}$: $x=5^7$ u

3
y=1
z
(м.к. 4 - простое число, но она должна делится на 7 и 1, разницу 7 и 1 не
получим м.к. если из соседней = 4, а разницу 1 ~~получим~~ можно
поставив на место x число 5, м.к. число 3 уже использовалось.)
(на место y можно поставить только число 1, м.к. 3 и 7 и 5 уже заняты.)
(на место z нельзя поставить никакое число, потому что 2 и 5 уже использованы.)
⇒ нельзя составить схему. ✓

$\{3; 7\}$: $x=5^1$ u

3
y=7
z
(на место x можно поставить только число 5, м.к. 3 уже использовалось)
(на место y можно поставить только 7, м.к. 1, 5, 3 уже использованы)
(на место z ~~нельзя~~ нельзя ничего поставить, м.к. 2 и 4 уже использованы)
⇒ нельзя составить схему. ✓

$\{8; 7\}$: $x=$

8 u 7
x=
(на место x можно поставить только либо 5, либо 3, рассмотрим каждую из них)

8 u 7
x=5
y=2
z=6

можно
(на место y ~~нельзя~~ можно
поставить только 6,
м.к. 8 и 4 уже использованы)
нельзя

8 u 7
x=5
k=6
y=2
z=1 y=3 ✓
кол=6 : (8-1)

8 u 7
x=5
k=3
y=6
z=1
кол=3 : (8-1)

8 u 7
x=5
k=1
y=6
z=3
кол=1 : (8-3)

8 u 7
x=3
k=1
y=6
z=2
5
кол=1 : (8-5)

8 u 7
x=3
y=6
z=5

(z ≠ 5 м.к.
у 5 делится
формы соседней
(ан. числа соседней
2 и 5) ✓

8 u 7
x=3
k=2
y=6
z=1

⇒ нельзя составить схему.

~~нельзя~~ Определим сколько всего можно поставить 6, 4, 5 = 73

Бланк ответов

Продолжите задачу 3.

$$\{3, 2\}: x = \begin{matrix} 3 & 4 & 2 \\ & & 5 \end{matrix}$$

$$x = \begin{matrix} 3 & 4 & 2 \\ & & 5 \end{matrix} = 7$$

$y = 2$ или 4
(но y не может быть 2 или 4 , т.к. они уже использованы)

$$x = \begin{matrix} 3 & 4 & 2 \\ & & 5 \end{matrix} = 1$$

$y = 2$ или 4
(но y не может быть 2 или 4 , т.к. они уже использованы) \Rightarrow нельзя составить сумму.

$$\{2, 7\}: \begin{matrix} 5 & 2 & 4 & 1 \\ & & & x \end{matrix}$$

~~5~~ ~~2~~ ~~4~~ ~~1~~

$$x = \begin{matrix} 5 & 2 & 4 & 1 \\ & & & 3 \end{matrix}$$

$y = 7$ ($y = 7$ т.к. 5 уже использован)
 $z = 2$ или 4 ($y = 7$ т.к. 4 уже использован)

(но z не может быть 2 или 4 , т.к. они уже использованы) \Rightarrow нельзя составить сумму.

Габриэле Кельцел

Всё подобрано все возможные суммы, в которых 2 и 5 стоят рядом, а 4 и 6 не стоят рядом или в соседних, это суммы невозможны кельцел \Rightarrow противоречие. Значит 4 и 6 не могут не стоять рядом.
(Перед 6 может стоять одно из $2, 3, 4, 5$, но учитывая adjacency можно сказать, что 4 и 6 обязательно соседствуют в вариантах расстановки соседних).

Вариант расстановки когда 2 и 5 стоят рядом и 4 и 6 стоят рядом:

$$\begin{matrix} 4 & 6 & 1 \\ 2 & & 7 \\ 5 & 3 & 8 \end{matrix}$$

+

минимально
Оборотней может быть $(8+8) \cdot 2 = 32$, ~~но это не вариант~~
(на z заставит оборотней по 1 или 2)
полностью переки $1, 2, 7, 8$



Бланк ответов

