ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101607564367

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ВИНОГРАДОВА

Имя ЕЛИЗАВЕТА

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 05 09 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 632

Телефон 89049839642

Дата 05 02 2024 **Подпись** ЕВиг

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101607564367

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№2

$$a^2+b^2+c^2+2abc=1$$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \cancel{\geq 2\sqrt{abc}}$$

1) $a\sqrt{1-c^2-b^2+b^2c^2}+b\sqrt{1-a^2-c^2+a^2c^2}+c\sqrt{1-b^2-a^2+a^2b^2}$

2) $c^2+b^2=1-a^2-2abc$

$a^2+c^2=1-2abc-b^2$

$a^2+b^2=1-2abc-c^2$

$$a\sqrt{\cancel{1}-\cancel{1}+a^2+2abc+b^2c^2}+b\sqrt{\cancel{1}-\cancel{1}+2abc+b^2+a^2c^2}+c\sqrt{\cancel{1}-\cancel{1}+2abc+c^2+a^2b^2}$$

$$a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2}+b\sqrt{a^2c^2+2abc+b^2}+c\sqrt{a^2b^2+2abc+c^2}$$

$$a\sqrt{(a+bc)^2}+b\sqrt{(ac+b)^2}+c\sqrt{(ab+c)^2}$$

$$a\cdot(a+bc)+b(ac+b)+c(ab+c)$$

$$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc$$

$$a^2+b^2+c^2+3abc=1+abc=\frac{3-a^2-b^2-c^2}{2}$$

3) $2\sqrt{abc}$, $2abc=1-a^2-b^2-c^2$

$$abc=\frac{1-a^2-b^2-c^2}{2}$$

$$2\sqrt{abc}=2\sqrt{\frac{1-a^2-b^2-c^2}{2}}=\sqrt{\frac{4(1-a^2-b^2-c^2)}{2}}=$$

$$\sqrt{2(1-a^2-b^2-c^2)}$$

это не нужно.

4) $(abc+1)$ $2\sqrt{abc}$ $|)^2$

$a^2b^2c^2+2abc+1$ и $4abc$, где $1=a^2+b^2+c^2+2abc$

$a^2b^2c^2+2abc+a^2+b^2+c^2+2abc$ $4abc$

$a^2b^2c^2+4abc+a^2+b^2+c^2 \geq 4abc$, ч.т.д.

№3

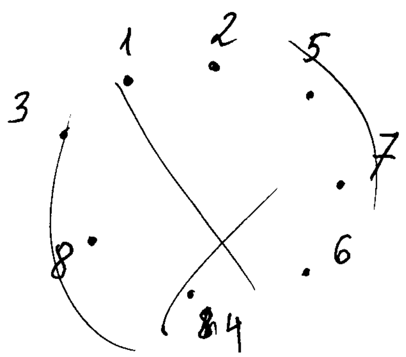
1) рядом с 1, могут стоять только числа, дающие разность 1, к примеру 2-3, 3-4, ~~4~~4-5 и т.д.

рядом с 3, числа, дающие 3 или 1

1-4, 2-5, 3-6, 4-7, 5-8

~~рядом с~~ аналогично с остальными числами

2) четные же числа могут иметь делители 1, 2 и само число



$2 \% 1 = 0$

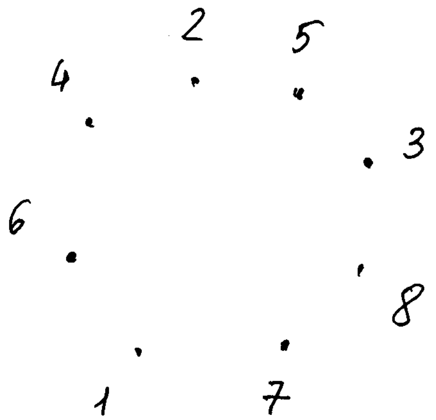
$2 \% 2 = 0$, значит нам рядом с двойкой подходят числа

5-6, 5-7, 4-5, 3-5

Если мы поставим рядом с 2 4, то, чтобы доказать утверждение, мы поставим 6 рядом с 4. Чтобы 6 делилось на разность числа x и 4, нужно чтобы

$|x-4| = 1$, $|x-4| = 2$, $|x-4| = 3$, мы возьмем 1; для единицы 7-6, для 7 пара 8-1 (так как 6 уже занята)

пример:



для 8 - (7-3), ~~то~~

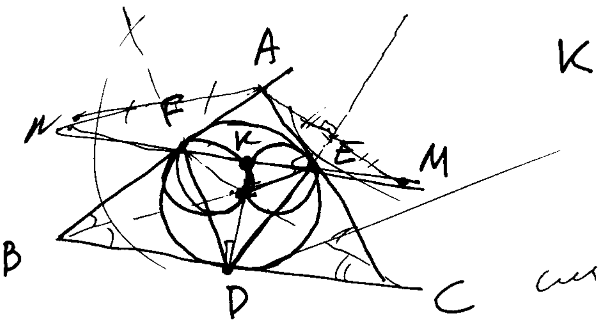
~~8~~ $|x-7| = 1$, $|x-7| = 2$, $|x-7| = 4$, $|x-7| = 8$

6 уже занята, 5 занята, таких чисел нет

берем 3.

ч.т.д. Случаи не все, перебор неполон.

№5.



$K \in MN$ - ?

№1

1) Конечные суммы должны составлять арифметическую прогрессию, ~~их общая~~

$$\underbrace{n;\ n+1;\ n+2\ \ldots;\ n+11}_{12\ \text{элементов}} -$$

2) общая сумма данной удвоенной арифметической прогрессии должна равнятся общей сумме элементов, уд (каждый элемент используется два раза)

3) $$\frac{(1+36)\cdot 36\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = 36+36^2 = 1296+36 = 1332.$$

$S_{\text{арифметическая}} = \frac{(2n_1+d(n-1))\cdot n}{2}$, где $d=1$, $n=12$.

$$\frac{(2n_1+11)\cdot \cancel{12}^{6}}{\cancel{2}} = 1332$$

+

$$2n_1+11 = 222$$

$$2n_1 = 211$$

$n_1 = \frac{211}{2} = 105{,}5$, так ~~как~~

4) так как мы используем только натуральные числа их сумма может быть только натуральная что противоречит (из 3), ч. ответ: ~~нет~~ нет, нельзя

Имеются в виду! в квадрате 2×2 будут разные клетки?
по оборотням

№4

Максимальное количество оборотней на поле может быть - 64 шт. Если расставлять оборотней квадратами 2×2, ?? то получается, что оборотни бьют только своих клеток, не трогая чужие, следовательно за раз такой квадрат бьет ~~12~~ 20 таких клеток, включая клетку на которых стоят эти оборотни. Чтобы было задействовано минимальное количество квадратиков, необходимо,

не обосновано ??

чтобы у квадратиков было как минимум три свободные стороны. В углы ~~ставь~~ поля 8×8 шахматного ставим такой квадратик, так как у него будут все две стороны открыты, что уменьшает количество побитых клеточек. ~~Минимально~~ возможно. Если мы возьмем квадратики, имеющие стороны смежные с границами поля, то эти квадратики будут бить около 16 клеток за раз. Таких квадратиков окажется

$\frac{64}{16} = 4$, следовательно ~~окажется~~ понадобится 16 оборотней.

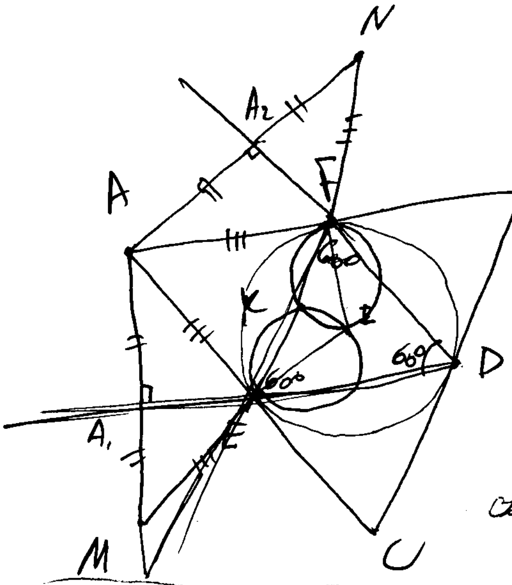
не факт, что надо расставлять «квадратиками»

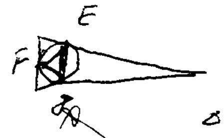
Если разместить все квадратики со свободными ~~углами~~ сторонами, то число общее количество клеток не будет делиться на количество битых клеток за раз.

Ответ: минимальное необходимое количество оборотней ~~рав~~ 16.

примера нет, оценка верно, но обоснована неверно.

—





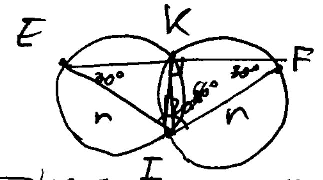
№5

1) $AF = AE$ – касательные к окр.

$\triangle ANF$ – р/б. $FA_2 \perp AN$, $AA_2 = A_2N$, ч.

$AF = NF$

2) $AE = EM$ – аналогично с $\triangle ANF$



$EI = R = IF$

$\angle FED = \angle A_1EM$ (св. в. угл.) $= 60°$ – нет, это только если $\triangle ABC$ равносторонний

FE, аналогично,

с $\angle A_2FN = \angle EFD$

1) $EF = \sqrt{r^2 + r^2 + r^2} = r\sqrt{3}$

2) $S_{EFI} = \dfrac{KI \cdot EF}{2} = \dfrac{EI \cdot IF \cdot \sin 120°}{2}$

$KI = \dfrac{EI \cdot IF \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot EF} = \dfrac{r^2 \sqrt{3}}{2r\sqrt{3}} = \dfrac{r}{2}$

разбираем частный случай

$\cancel{2}$ 3) $\triangle KFI$: $\angle K = 90°$, опирается на диаметр.

$KI = \dfrac{r}{2}$; $KF = \dfrac{\sqrt{3}}{2}r$

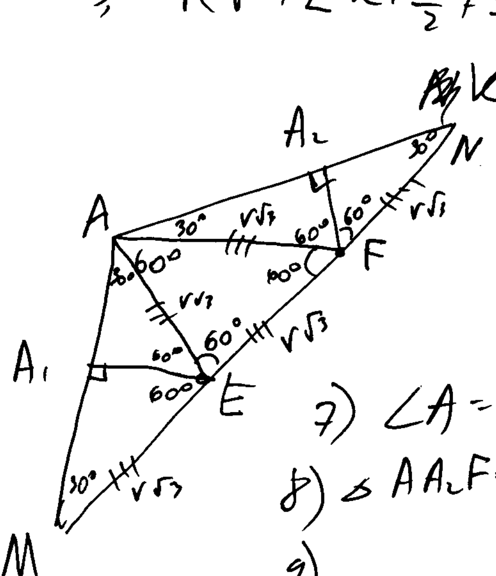
аналогично с $\triangle EKI$:

$EK = \dfrac{\sqrt{3}}{2}r$.

4) $EF = r\sqrt{3}$, $KF + EK = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}r = \sqrt{3}r$, следовательно

$K \in EF$.

5.)



Док-ть, $EF \subset MN$

6) $\angle A = 60°$, т.к. $\angle FIE = 120°$, ч. $\triangle AFE$ = р/ст, т.к. $AF = AE = r\sqrt{3}$

7) $\angle A = 120°$

8) $\triangle AA_2F$: $\sin 60° = \dfrac{AA_2}{AF} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$AA_2 = \dfrac{3}{2}r$, ч.

9) аналогично $AN = 2AA_2 = 3r$.

10) с $\triangle AME$: $AM = 3r$.

11) по теореме косинусов в $\triangle$ MAN:

$$MN = \sqrt{9r^2 + 9r^2 + 9r^2} = \sqrt{3 \cdot 9r^2} = 3r\sqrt{3}.$$

12) $NF + FE + EM = 3\sqrt{3} \cdot r.$

$MN = 3\sqrt{3}r$, сл. $FE \subset MN$.

13) $K \in FE$, т.к. (см. п. 4), $FE \subset MN$ (см. п. 12), сл.

$K \in MN$, ч.т.д.