ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302145337244

Титульный лист

Направление: ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс: ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия: КОРЕПИН

Имя: НИКИТА

Отчество: ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения: 14 12 2005

Город участия: КРАСНОЯРСК

Аудитория: 3-21

Телефон: 89138361000

Дата: 05 02 2024

Подпись:

Пример заполнения: АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302145337244

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	–	0	0	12					

Итоговый балл 26

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3

Обозначим данные числа $a_1, a_2, \dots a_8$. Пусть $a_1=2, a_2=5$. Так как 2 делится только на 2 и на 1, или 6, 7 то $5-a_8=2$ или $5-a_8=1$. Тогда $a_8=3$ или $a_8=4$. Заметим, что если $a_8=3$, то $a_7=1$ или $a_7=5$, т.к. $3 \vdots 3$ и $3 \vdots 1$, но a_7 не может быть равно 5, т.к. $a_2=5$ – противоречие. Если $a_7=1$, то $a_6=2$, т.к. 1 делится только на 1, но $a_1=2$ – противоречие. Значит $a_8 \neq 3 \Rightarrow a_8=4$. $4 \vdots 1$, $4 \vdots 2$ и $4 \vdots 4$. Случай $4 \vdots 2$ нам явно не подходит, т.к. тогда $a_7=4$ – противоречие. Рассмотрим случай $4 \vdots 1$, тогда $a_7=1$ или $a_7=3$. Если $a_7=1$, то $a_6=3$ или $a_6=5$, что невозможно, т.к. $a_2=5$. Если $a_6=3$, то $a_5=4$ или $a_5=2$, оба этих случая невозможны т.к. $a_8=4$ и $a_1=2$. Значит $a_7 \neq 1 \Rightarrow a_7=3$, но тогда $a_6=1$ или $a_6=7$ (случаи $a_6=3$ и $a_6=5$, очевидно, не подходят). $a_6 \neq 1$, т.к. если $a_6=1$, то $a_5=2$ или $a_5=4$ – невозможно. Если $a_6=7$, то $a_5=10$ (невозможно по условию), $a_5=2$ – невозможно и $a_5=4$ – невозможно. Значит $a_6 \neq 7$ и $a_6 \neq 1 \Rightarrow a_7 \neq 3$. Значит случай $4 \vdots 1$ нам не подходит. Рассмотрим случай $4 \vdots 2$, тогда $a_7=4$ – невозможно. И $a_7=0$ невозможен по условию. Тогда остается случай $4 \vdots 4 \Rightarrow a_7=6$. Таким образом, мы доказали, что на позициях 7 и 8 стоят числа 6 и 4, и никакие другие числа не могут стоять на данных позициях. Также приведем пример, чтобы доказать, что ч. т. д. заданные условия могут выполняться:

2 5

4 3

6 8

1 7

В данном примере все условия выполнены $\Rightarrow$ такая ситуация возможна

неполный перебор

№1

Пусть данные суммы равны $S_1, S_2, \ldots S_{12}$, и предположим, что такое возможно, тогда $S_2 = S_1+1$, $S_3 = S_1+2, \ldots S_{12} = S_1+11$.

Найдем сумму всех сумм $S = S_1+S_2+\ldots+S_{12} = 12S_1+66$. С другой стороны, мы ~~исполнение~~ можем посчитать ее численное значение, т.к. сумма всех „горизонтальных" сумм равна сумме чисел от 1 до 36, аналогично и сумма всех „вертикальных" сумм. Тогда сумма всех наших сумм равна удвоенной сумме чисел от 1 до 36: $S = 2 \cdot \frac{36 \cdot 37}{2} = 36 \cdot 37 = 1332$. Получаем:

$12S_1+66 = 1332$; $12S_1 = 1266 \Rightarrow S_1 = 105{,}5$; но мы помним, что S_1 – сумма натуральных чисел, значит она не может быть нецелой. Получили противоречие $\Rightarrow$ такой расстановки не существует

Ответ: нет, нельзя

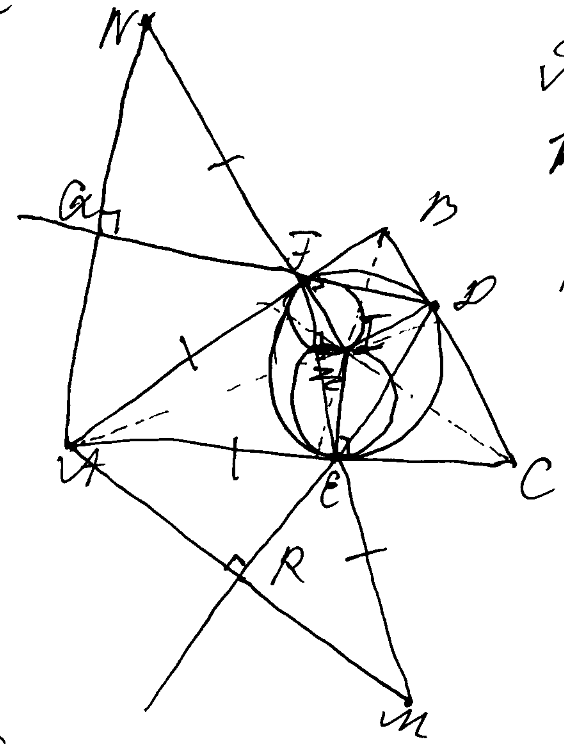
+

№4.

Оценим минимальное количество оборотней: поле имеет $8 \cdot 8 = 64$ клетки, а один оборотень бьет 5 клеток. Тогда кол-во оборотней $\geq \frac{64}{5} = 12\frac{4}{5}$, но кол-во оборотней – целое $\Rightarrow$ оборотней минимум 13. Заметим, что оборотень бьет только клетки своего цвета, тогда кол-во оборотней на черных клетках не менее $\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$. Значит кол-во оборотней на черных клетках ≥ 7 и, аналогично, кол-во оборотней на белых клетках ≥ 7, тогда всего оборотней на поле ≥ 14 пример?

—

№5.



Проведем отрезки ~~IK~~ KI, KF и KE. $\angle FKI = \angle EKI = 90^\circ$, т.к. это вписанные углы, опирающиеся на диаметр. Тогда $\angle FKE$ - развернутый, значит $K \in FE$. √

Обозначим $DF \cap AN = Q$, $DE \cap AM = R$. По условию задачи $NQ = AQ$, $AN \perp DQ$ и $MR = AR$, $AM \perp DR$

Рассмотрим $\triangle AFQ$ и $\triangle NFQ$: $\angle NQF = \angle AQF = 90^\circ$, $AQ = QN$ и QF - общая $\Rightarrow$ $\triangle AFQ = \triangle NFQ$ √

Аналогично $\triangle AER = \triangle MER$ ($\angle ARE = \angle MRE = 90^\circ$; ER - общая, $AR = RM$). √

Заметим, что $AF = AE$ по теореме об отрезках касательных, проведенных из одной точки. Из этого факта и равенств треугольников следует, что $NF = EM$. √

Также заметим, что $\angle AFE = \angle AEF$, т.к. $\triangle AEF$ - равнобедренный. ~~Достроим~~ Построим ~~отрезок KD до пересечения с точкой D. Т.к. $IK \perp FE$ и $ID \perp BC$ (как радиус к точке касания)~~

~~Проведем $AH \perp FE$.~~ ~~Заметим, что $\triangle AQF$ ... $= \angle AEK$~~