

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия К А Й Л Ь

Имя Л Е В

Отчество В Л А Д И М И Р О В И Ч

Дата рождения 0 9 0 9 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Ц - 4 0 5

Телефон + 7 9 5 3 0 0 7 7 6 8 9

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
**Заполняется участниками**

**Направление**     информатика     история     математика  
 обществознание     русский язык     физика  
 химия

**Класс**     8     9     10     11

**Город участия**    Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

**Заполняется организаторами**

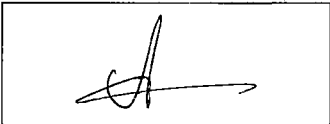
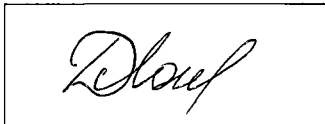
Количество доп. листов                      Количество черновиков к проверке

Время выхода с                                      :                      до                      :

**Протокол проверки**  
**Заполняется жюри**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	17	3	20	20	0					
Балл члена жюри №2	17	3	20	20	0					

**Итоговый балл**                      60

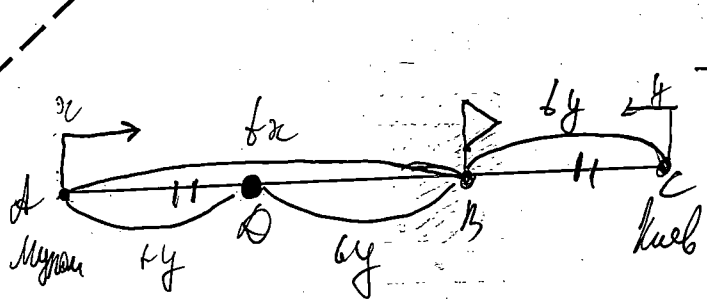
**Подпись члена жюри №1**        **Подпись члена жюри №2**    

**Пример заполнения**                      А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

№ 1



Пусть  $x$  - скорость Ивана,  
 $y$  - скорость Настасьи,  $t$  - время.

Время до встречи. Тогда  $AD = tx$ ,  $BD = ty$ ,  $AC = t(x+y)$ .

BC Иван прошёл за 1 час  $\Rightarrow \frac{ty}{x} = 1 \Rightarrow ty = x$  (\*)

BD Настасья прошла за 6 часов, а  $AD = BC = ty$  по условию

Тогда  $AD = AC - (BC + BD)$ .  $ty = t(x+y) - (ty + ty)$

$t(x+y) - y(t+6) = ty$

$tx + ty - ty - 6y = ty$   
 $\rightarrow$

$tx = y(t+6)$  по ум. (\*)

$t^2 y = y(t+6)$  т.к.  $y \neq 0$  - скорость

$t^2 - t - 6 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 > 0$

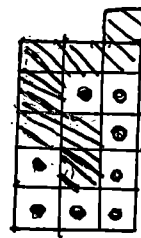
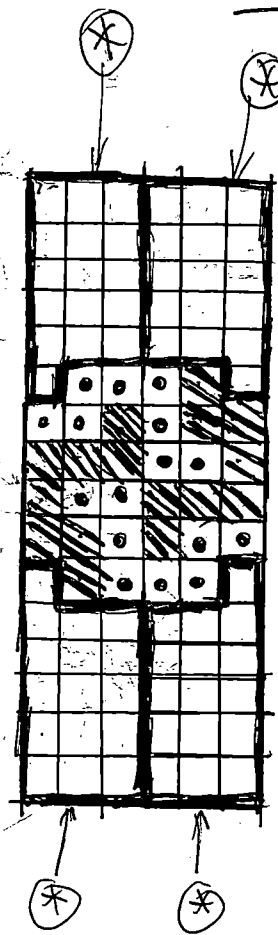
$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \Rightarrow t_1 = -2, t_2 = 3$ .  
 не удов. усл. задачи.

Ит-к.  $AD = ty$   $\Rightarrow t = \frac{AD}{y}$ , но  $AD$  Настасья пройдёт за время

$t = 3$  ?

Ответ. 3 ч.  
 В ответе не учтено, что Настасья уже час прошла по AD

н 4



↑  
Фигура (\*)

Мы получили прямоугольник  $6 \times 16$ . Чтобы получить квадрат, продлим его  $15$  раз квадрат вправо. Получим прямоугольник  $48 \times 16$ . Теперь продлим новый прямоугольник  $2$  раза вверх. Получим квадрат  $48 \times 48$ .

Ответ: ~~нет~~ Да, существует. +

# Бланк ответов

$w > 0$   $\overline{wxyz}$  - число.  $\overline{aaab}$  - после 1-ой поправки.  $\overline{cddd}$  - после второй.  $c > 0$

$$\begin{cases} \overline{wxyz} - 229 = \overline{aaab} \\ \overline{aaab} - 229 = \overline{cddd} \Rightarrow \overline{aaab} = \overline{cddd} + 229 \end{cases}$$

1)  $d=0$ . Тогда  $\begin{array}{r} c000 \\ + 229 \\ \hline c229 \\ \hline aaa \end{array} = \overline{aaab} \Rightarrow a=2$ .

Тогда  $\overline{aaab} = 2229$ ,  $\overline{cddd} = 2000$ . Итого на карте было  $2229 + 229 = 2458$  (руб.) +

2)  $d \neq 0 \Rightarrow d \geq 1$ . Тогда  $d+9 \geq 10 \Rightarrow$  при сложении будет перенос разрядов

$$\begin{array}{r} cddd \\ + 229 \\ \hline aaa b \end{array} \quad \text{III. е. } 2+d+1 \equiv a \pmod{10}. \text{ Если } d \leq 6, \text{ то } d+2 < 10 \Rightarrow d+2 \equiv a \pmod{10},$$

то  $2d+1 \equiv a \pmod{10} \times \Rightarrow d \neq 7$  +

Переберём варианты:

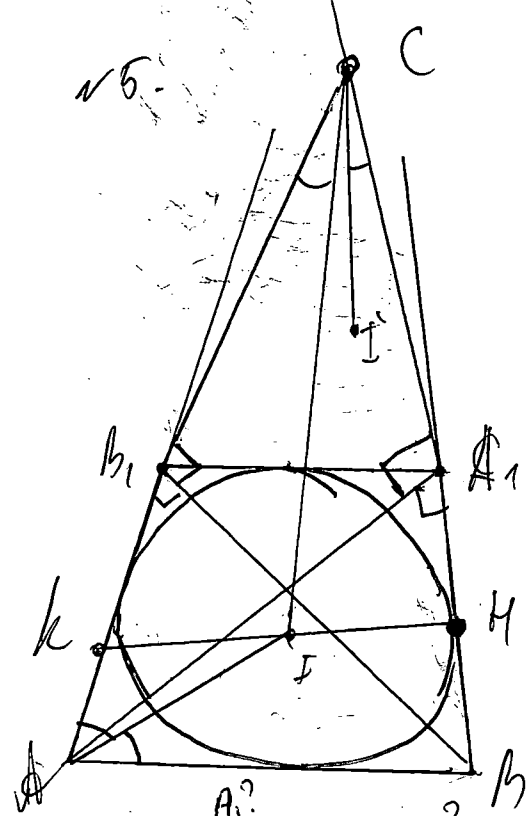
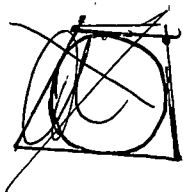
I)  $d=7$ .  $\begin{array}{r} c777 \\ + 229 \\ \hline c006 \\ \hline aaa \end{array} = \overline{aaab} \Rightarrow a=0$  (не удовл. усл. задачи)

II)  $d=8$ .  $\begin{array}{r} c888 \\ + 229 \\ \hline c117 \\ \hline aaa \end{array} = \overline{aaab} \Rightarrow a=1$ . Тогда  $\overline{aaab} = 1117$ .  $\overline{cddd} = 1117 - 229 \Rightarrow c=0$  (не удовл. усл. задачи).

III)  $d=9$ .  $\begin{array}{r} c999 \\ + 229 \\ \hline c228 \\ \hline aaa \end{array} = \overline{aaab} \Rightarrow a=2$ . Тогда  $\overline{aaab} = 2228$ ,  $\overline{cddd} = 1999$ .

Итого всего денег:  $\overline{aaab} + 229 = 2228 + 229 = 2457$

см. прог. на стр. 3,



+ II. ч.  $\Delta A_1 A_2 B$  - острогол., но  $\Delta A_1 B_1 C_1 = \Delta A_1 B_1 C_2$   $A_1$ ?  
 + III. ч.  $\angle A_1 B_1 B = \angle A_1 A_2 B$ , но  $\Delta A_1 A_2 B$  - вписанный.

\*  $\Delta A_1, B_1$  - вписаны  $\Rightarrow \Delta A_1 B_1 C_1$  и  $\Delta A_1 B_1 C_2$  конгруэентны  
 Рассм. ~~результат~~ <sup>неосп. мочк.</sup> с центром в C, переводимые  $A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1$ .

Тогда  $I \rightarrow I'$ , где  $I'$  - центр вписанной окр. в  $\Delta A_1 C B_1$ , причем  
 $I$  и  $I'$  изогономно сопряж.

em

Бланк ответов

N3 (прод.)

П.к. Если рассмотреть все возможные  $d$  и для каждого варианта ~~сделать~~ все его возм. варианты, то два ответа эти. эквивал.

Ответ: 2458; 2457 +

N2.

Левая часть:  $1, 4, 9, \dots, k^2$  левая часть:  $\sqrt{1^2} + \sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} + \dots + \sqrt{k^2} =$   
 $= 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$   $1^2, 2^2, 3^2, \dots, k^2$

Правая часть:  $\sqrt{1^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 3 + \dots + k^2 \cdot k} = \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3}$

~~Докажем равенство частей по индукции.~~

~~Д.И.:  $n=1$   $\sqrt{1^3} = \sqrt{1 \cdot 1^2}$  верно~~

~~П.И.:  $n=k$   $\frac{k(k+1)}{2} = 1^2 + 2^2 + \dots + k^2$~~

~~И.И.: Докажем, что  $\sqrt{1^3 + 2^3 + \dots + k^3} = \frac{k(k+1)}{2} \Leftrightarrow 1^2 + 2^2 + \dots + k^2 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$~~

по индукции.

Д.И.  $n=1$ :  $1^2 = \frac{1 \cdot 4}{4} = 1$  верно

П.И.  $n=k$ :  $1^2 + 2^2 + \dots + k^2 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} = a$

И.И.:  $1^2 + 2^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 \stackrel{?}{=} \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$

$$\frac{1^2 + 2^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2}{2} = \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^2 = \frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^2}{4} = \frac{(k+1)^2(k^2 + 4)}{4} = \frac{(k+1)^2(k+4)}{4} =$$

$$= \frac{(k+1)^2(k+1)^2}{4}$$

индукция доказана.  $\Rightarrow$  2023 экв равно 2023<sup>2</sup>

$$\frac{a_{2023}}{a_1} = \frac{2023^2}{1} = 2023^2$$

Ответ 2023<sup>2</sup>

Рассмотрен частный пример подтверждающий последовательность



