ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302059284946

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11
Фамилия	МИХАЙЛОВ
Имя	ПЕТР
Отчество	СЕРГЕЕВИЧ
Дата рождения	11 07 2006
Город участия	ЧЕБОКСАРЫ
Аудитория	206
Телефон	89176609558
Дата	05 02 2024
Подпись	Мих

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302059284946

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЧЕБОКСАРЫ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	20	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	20	0					

Итоговый балл 70

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов Вариант 1

Задание 2.

$a^2+b^2+c^2+2abc=1$

Отсюда, $1-b^2-c^2=a^2+2abc$

$1-a^2-b^2=c^2+2abc$

$1-a^2-c^2=b^2+2abc$

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}=$

$=a\sqrt{\underbrace{1-b^2-c^2}+b^2c^2}+b\sqrt{\underbrace{1-c^2-a^2}+a^2c^2}+c\sqrt{\underbrace{1-a^2-b^2}+a^2b^2}=$

$=a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2}+b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2}+c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2}=$

$=a\sqrt{(a+bc)^2}+b\sqrt{(b+ac)^2}+c\sqrt{(c+ab)^2}=(*)$, т.к. $a,b,c>0$,

то получим

$(*)=a(a+bc)+b(b+ac)+c(c+ab)=a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc=$

$=\underbrace{a^2+b^2+c^2+2abc}+abc=1+abc$

$1+abc\geq 2\sqrt{abc}$ $\mid\uparrow^2$, т.к. обе части нер-ва положительны

$1+2abc+a^2b^2c^2\geq 4abc$

$a^2b^2c^2-2abc+1\geq 0$

$(abc+1)^2\geq 0$

~~Т.к~~ Выражение в квадрате всегда ≥ 0, ч. и т. д.

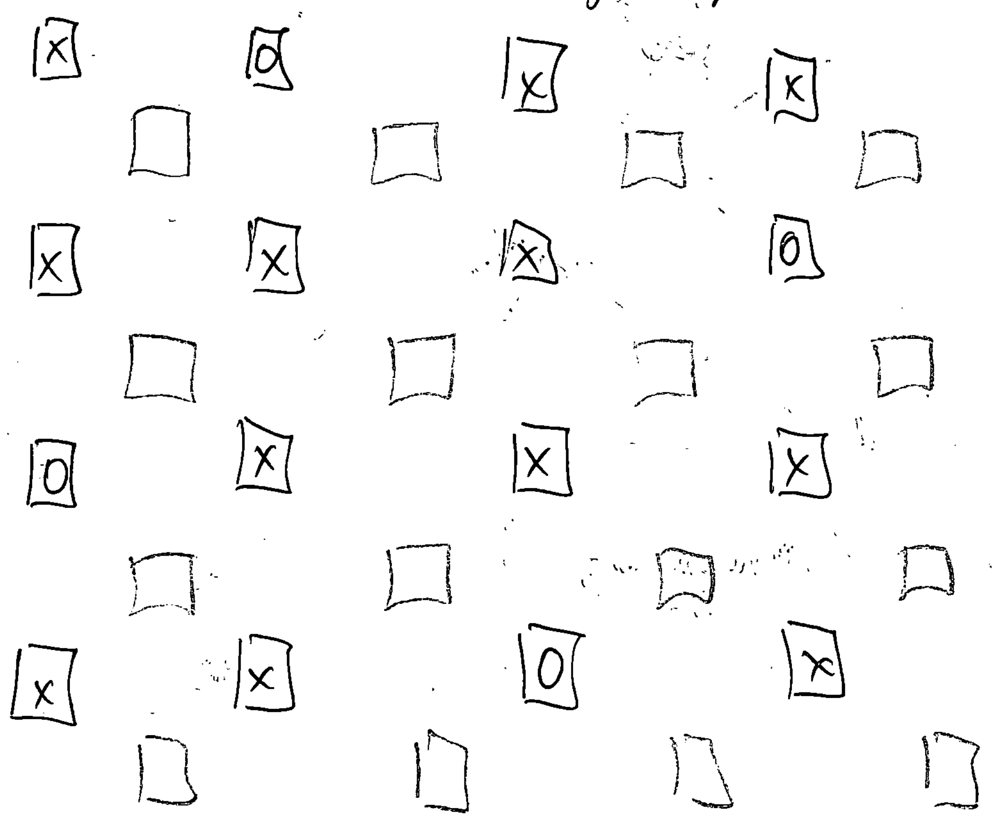
Ответ: доказано

+

Задание 4

Всего на доске $8\cdot8=64$ клетки. Из них 32 черные и 32 белые. Причем, допустим, левый верхний угол белый, но тогда правый нижний тоже белый, а два других наоборот.

Заметим, что оборотень бьет клетки только одно цвета. Используя этот факт сделаем таблицу, которая состоит только из одного цвета, например, белого.



— пример

Эту таблицу можно образно разбить на две 4×4 таблицы, т.к. оборотень не может бить по диагонали. Соот-но, расположив оборотней на одной такой таблице, мы можем аналогично повторить их расположение на др-ой.

Всего в таблице $4\cdot4=16$ (кл), зн-т, $16:5=3{,}2$ — не может, $16:4=4$ — такое может быть. Всего будет 4 оборотня, их расположение на рисунке представлено. Повторив для второй таблицы, а также проделав аналогичное для черных полей, получим: $4\cdot2\cdot2=16$ (об)

Ответ: 16 оборотней

Задание 1.

Сумма всех чисел в таблице $\frac{36+1}{2}\cdot 36 = 666$. При этом в сумм по гор-ли и в сумм по верт-ли „проходят" эту таблицу дважды, поэтому их сумма $666\cdot 2 = 1332$.

Пусть a - min число в получившейся последовательности. Тогда сумма всей последовательности:

$a+(a+1)+(a+2)+\ldots+(a+11) = 12a+66$.

Очевидно, что сумма всей последовательности и сумма шести горизонталей и вертикалей должны быть равны: $12a+66 = 1332$

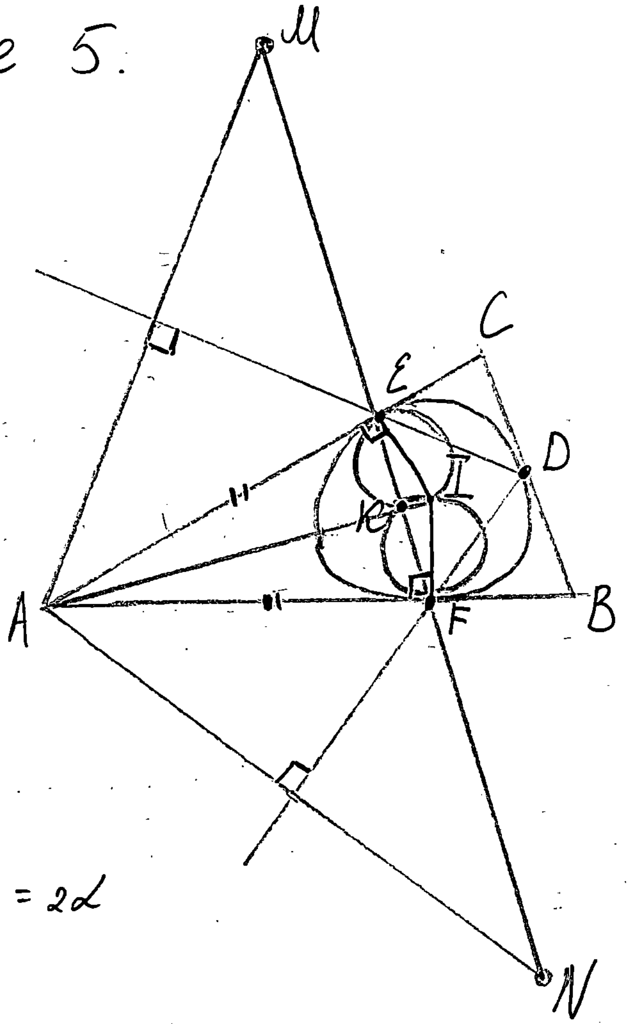
$12a = 1266$

$a = 105{,}5$

Т.к. все числа в таблице $\mathbb{N}$, то и сумма их должна быть $\mathbb{N}$, но такого не происходит

Ответ: нет, нельзя

Задание 5.



Пусть $\angle A = 2\alpha$

$\angle B = 2\beta$

$\angle C = 2\gamma$

I - точка пересечения бис-с $\triangle ABC$

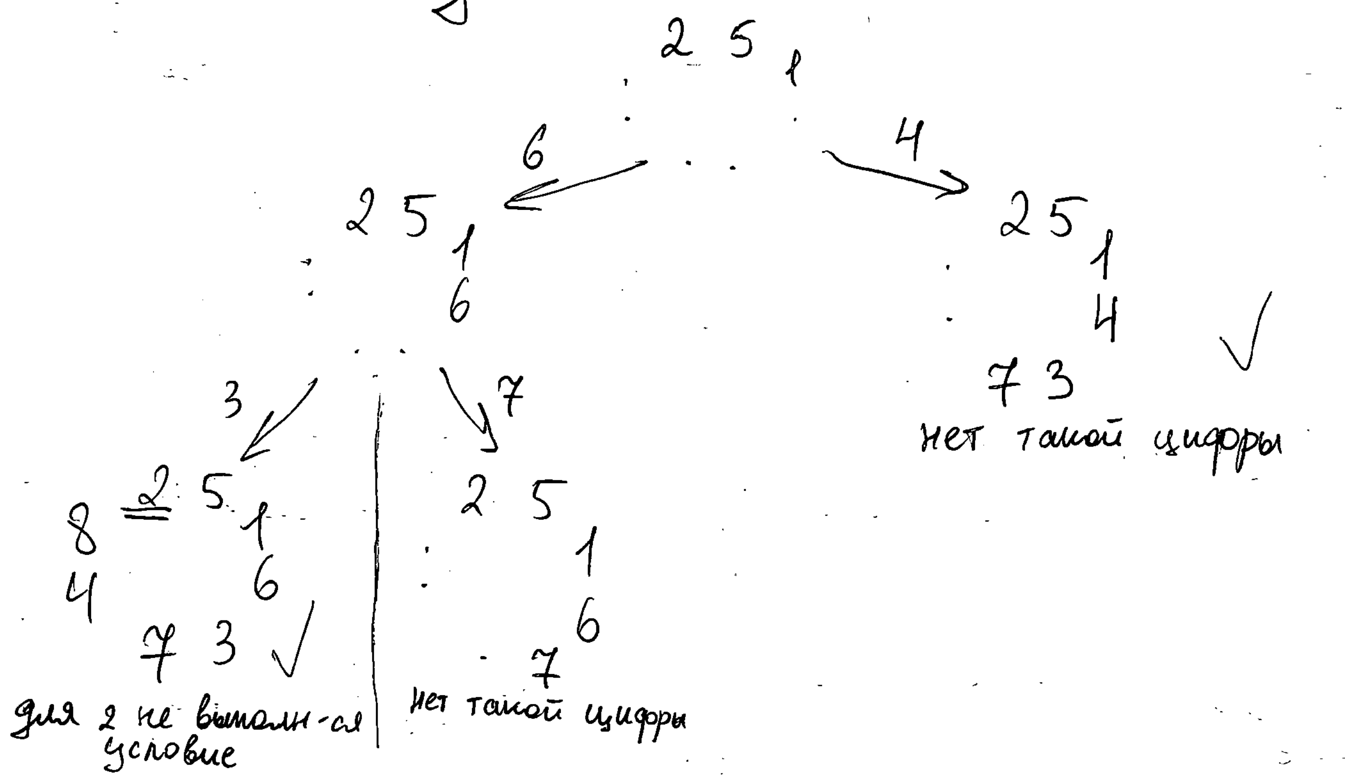
Задание №3.

Докажем от противного.

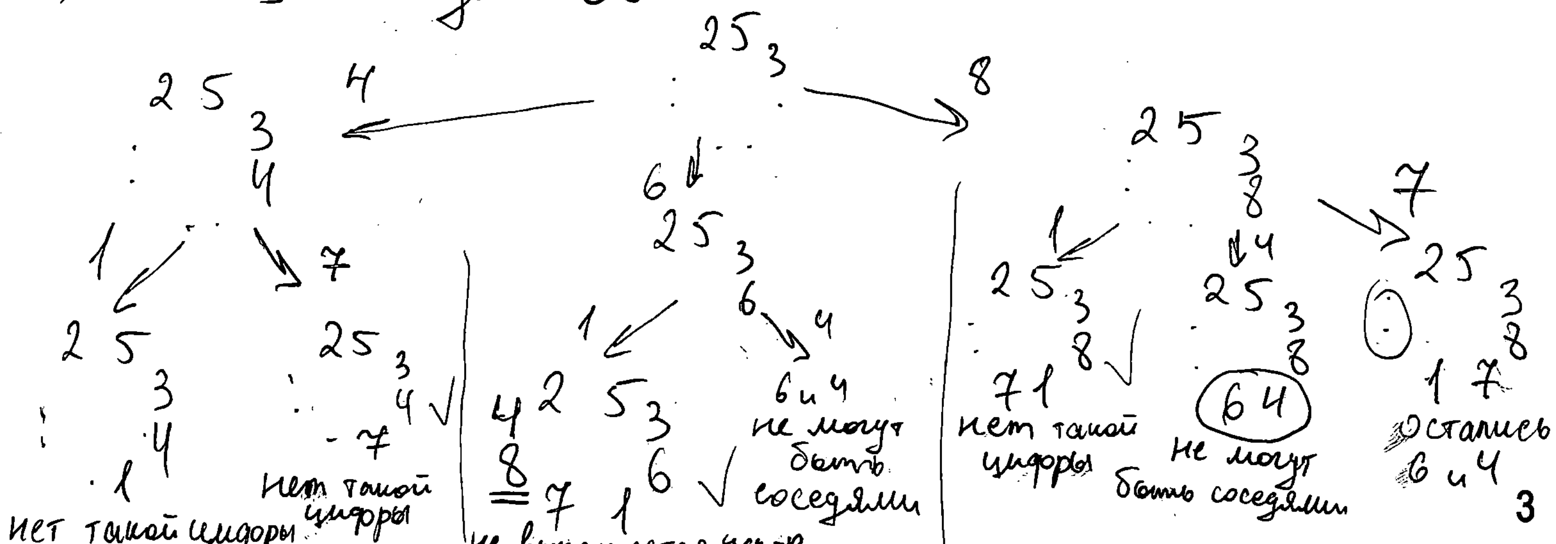
Заметим, что соседней с 2 цифра может быть только 3; 4; 6; 7. А соседняя цифра с 5 — 1; 3; ~~7~~.

Будем отталкиваться от 5, идти по часовой стрелке, избегая 4 и 6 рядом.

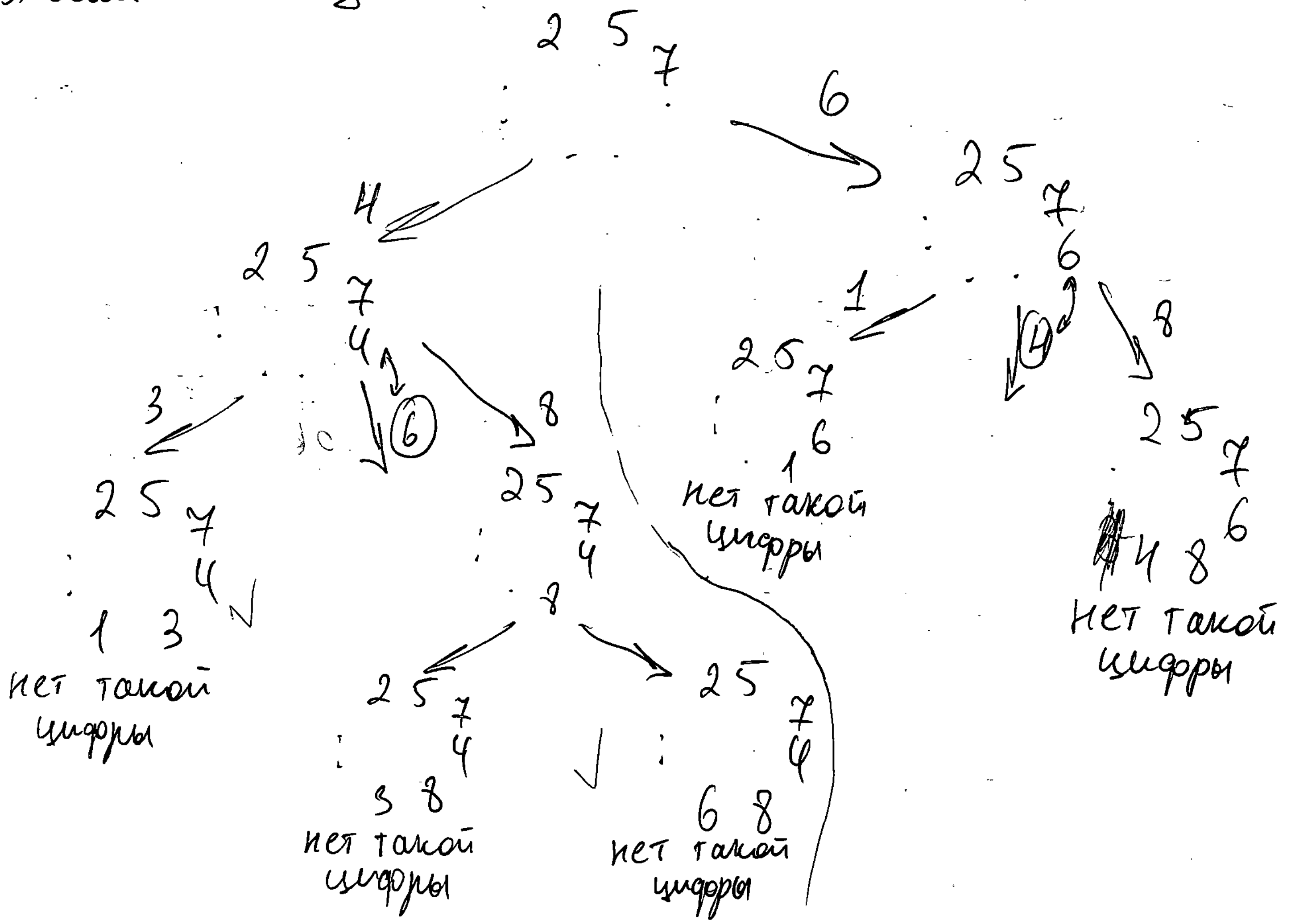
1) Если 1 — соседняя с 5



2) Если 3 — соседняя с 5

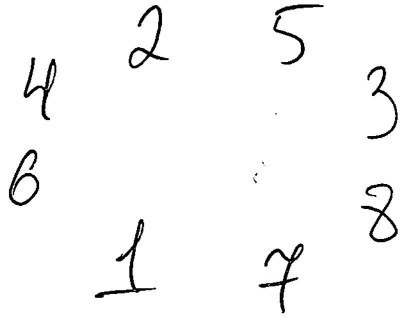


3) Если 7 – соседняя с 5



Как видно, какого бы мы соседа не поставили к 5, избегая 6 и 4, которые стоят рядом, мы не получим верный круг цифр.

Приведу пример, когда все цифры соблюдают условие



Ответ: доказано