ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101329869796

Титульный лист

Направление	☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11
Фамилия	БОБРОВ
Имя	МИХАИЛ
Отчество	АЛЕКСАНДРОВИЧ
Дата рождения	28 03 2006
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	459
Телефон	89530456709

Дата 05 02 2024 Подпись

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101329869796

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	24	05	00	01						
Балл члена жюри №2	24	05	00	01						

Итоговый балл 030

Подпись члена жюри №1 Шт

Подпись члена жюри №2 Шоб

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов № 1

Задание 1

(1) Заметим, что кол-во клеток, находящихся по периметру картины равняется $(n-1)+(m-1)+(n-1)+(m-1)$

$$\begin{array}{ccc}
 & n-1 & \\
m-1 & \begin{bmatrix} \alpha_{0,0} & \alpha_{0,1} & \dots & \alpha_{0,j} & \dots & \alpha_{0,n-1} & \alpha_{0,n} \\ \alpha_{1,0} & & & \vdots & & & \alpha_{1,n} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ \alpha_{i,0} & & \dots & \alpha_{i,j} & \dots & & \alpha_{i,n} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ \alpha_{m-1,0} & & & \vdots & & & \alpha_{m-1,n} \\ \alpha_{m,0} & \alpha_{m,1} & \dots & \alpha_{m,j} & \dots & \alpha_{m,n-1} & \alpha_{m,n} \end{bmatrix} & m-1 \\
 & n-1 &
\end{array}$$

+3б

$n = 256 \qquad m = 1024$

~~Кол-во клеток по периметру равно~~

~~$255 + 255 + 1023 + 1023 = 2556$~~

$255 \vdots 3 \qquad 1023 \vdots 3$ следовательно, т.к. сумма чисел в любых полосках 1×3 или 3×1 равна 32, то ~~в строке~~ строку из 255 элементов можно разбить на 85 полосок 1×3, а столбец из 1023 элементов можно разбить на 341 полоску 3×1

получается, что суммой элементов по периметру будет являться $85\cdot32+85\cdot32+341\cdot32+341\cdot32 = 852\cdot32 =$ ~~256~~ 27264

Ответ: 27264

(2) $503 \bmod 3 = 2$
$2024 \bmod 3 = 2$ $\Big\} \Rightarrow (503 \cdot 2024) \bmod 3 = 1 \Rightarrow$
$((503 \cdot 2024) - 1) \bmod 3 = 0$

(1) пусть в табличке α
$a = \alpha_{0,0}$ $\quad b = \alpha_{0,1}$ $\quad c = \alpha_{0,2}$
$a + b + c = 32$

тогда мы знаем, что $a = 32 - b - c$
тогда $\alpha_{0,1} + \alpha_{0,2} + \alpha_{0,3} = 32$ (т.к. сумма ~~любой~~ от полоски 1×3 равна 32)

$\Rightarrow \alpha_{0,3} = 32 - \alpha_{0,1} - \alpha_{0,2} = 32 - b - c \Rightarrow$
$\Rightarrow \alpha_{0,3} = a$. Аналогично $\alpha_{0,4} = b$, $\alpha_{0,5} = c$
и так далее

Получается, что $\alpha_{0,i} = \begin{cases} a, \text{ если } i \vdots 3 \\ b, \text{ если } i \bmod 3 = 1 \\ c, \text{ если } i \bmod 3 = 2 \end{cases}$

~~в пред~~ в одной строке и одном столбце (доказывается аналогично) ~~существ~~ может существовать максимум 3 различных числа

Пусть a, b, c, d - случайные целые числа

$$\alpha = \begin{pmatrix} a & b & 32-a-b \\ c & d & 32-c-d \\ 32-a-c & 32-b-d & X \end{pmatrix}$$

- построим следующую табличку по чтобы сумма любой полоски 1×3 или 3×1 равнялась 32

заметим, что $\alpha_{2,0}$, $\alpha_{2,1}$, $\alpha_{0,2}$, $\alpha_{0,2}$ определяются однозначно

найдём X
если считать по столбцу, то $X = 32 - (32 - a - b) - (32 - c - d) = 32 - 32 + a + b - 32 + c + d = -32 + a + b + c + d$
найдём X по строке $X = ~~\ldots~~ 32 - (32 - a - c) - (32 - b - d) = -32 + a + b + c + d$
X по строке и X по столбцу равны $\Rightarrow$ вне зависимости от a, b, c, d можно

Бланк ответов №2

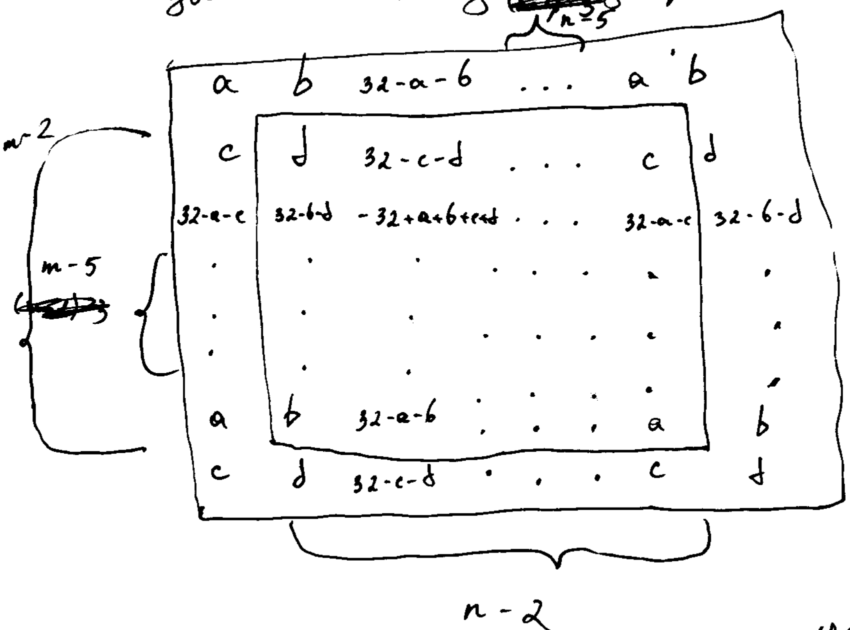
составить таблицу размером 3×3, чтобы сумма всех полосок 1×3 и 3×1 равнялась 32

По (1) мы можем „увеличить" данную таблицу

зная, что $\alpha_{i,j} = \alpha_{i \bmod 3,\, j \bmod 3}$

~~получаем~~

увеличим её до ~~размеров~~ (503, 2024)



* контурами обозначены числа по периметру

~~мы знаем, что~~

~~на уголках~~ нам

+.

21б

~~Контуры состоят~~ Элементы периметра:

1) a, b, c и d (по углам)

2) $1\times(n-2)$ ~~строка~~ полоска из элементов b, $32-a-b$ и a

3) $1\times(n-2)$ полоска из элементов d, $32-c-d$ и c

4) $(m-2)\times 1$ полоска из элементов ~~a~~ c, $32-a-c$, a

5) $(m-2)\times 1$ полоска из элементов d, $32-b-d$, b

~~составим~~ ~~получается~~. сумма $a+b+c+d$ неизвестна (т.к. это случайные числа)

сумма 2) равна $\frac{(n-2)}{3}\cdot 32 = 167\cdot 32 = 5344$ $(b+a+32-a-b=32)$

сумма 3) равна $\frac{(n-2)}{3}\cdot 32 = 167\cdot 32 = 5344$ $(c+d+32-c-d=32)$

сумма 4) равна $\frac{(m-2)}{3}\cdot 32 = 674\cdot 32 = 21568$ $(a+c+32-a-c=32)$

сумма 5) равна $\frac{(m-2)}{3}\cdot 32 = 674\cdot 32 = 21568$

Ни одна из сумм $a+b+c$, $a+c+d$, $a+b+d$, $b+c+d$ нам не известна, а молодой человек забыл числа => даже если один уголок будет вырезан узнать сумму невозможно

Ответ: невозможно

Задание 2

Если упорядочить массив по возрастанию или убыванию, а мы получим мин. красоту. Она будет равна $max(a)-min(a)$, где a - массив

Док-во: ~~БИ: пусть~~ $a<b<c$ и массив $[a, b, c]$

~~тогда~~ $\sum_{i=0}^{N-1} |a_i - a_{i+1}| = |a-b| + |b-c| = \cancel{b} - a + c - \cancel{b} =$

$= c - a$

~~ШИ~~: дан упорядоченный массив a по убыванию

БИ: $N=2$

$$\sum_{i=0}^{N-1} |a_i - a_{i+1}| = a_0 - a_1$$

$max(a) = a_0 \quad min(a) = a_1$

ШИ: $N>2$

$$\sum_{i=0}^{N-1} |a_i - a_{i+1}| = |a_0 - a_1| + |a_1 - a_2| + \ldots + |a_{N-1} - a_N| =$$

$$= a_0 - \cancel{a_1} + \cancel{a_1} - \cancel{a_2} + \ldots + \cancel{a_{N-1}} - a_N = a_0 - a_N$$

т.к. a упорядочен по убыванию, то $max(a) = a_0$ и $min(a) = a_N$

для возраст. массива аналогично ч т д

требуемая минимальная красота равна 2048 =>

=> ~~min~~ $max(a) - min(a) =$ ~~10~~ 2048

Так как красота равняется минимальной красоте, то массив должен быть изначально упорядочен по возраст. или по убыванию

Бланк ответов № 3

т.к. числа являются натуральными и не превосходят 10000, то кол-во вариантов взять $min(a)$ и $max(a)$ равняется $10000 - 2.048 =$

$= 7952$

найдём кол-во вариантов создания упорядоченного массива, где $min(a) = a_0$, $max(a) = a_{N-1}$

нам нужно расположить 1022 ~~[illegible]~~ элемента

это делается через сумму первых сумм первых сумм (так еще должно быть ~~1022~~ 1019 раз) ... первых n членов

обозначим сумму за K

Ответом будет $2 \cdot 7952 \cdot K$

Задание 4

1) 16 + 18