ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101910423423

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Фамилия МАНИНА

Имя АЛИНА

Отчество МАКСИМОВНА

Дата рождения 29 08 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ГУК401

Телефон +79527373923

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101910423423

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	20	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	20						

Итоговый балл 80

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

Предположим, что расставить числа можно, тогда сумма 6 сумм по вертикали равна сумме 6 сумм по горизонтали, равно сумме чисел от 1 до 36

$1+2+\ldots+36=\frac{37\cdot 36}{2}=37\cdot 18=666$

Если эти 12 сумм оказались последовательными числами, их можно представить в виде:

$a,\ a+1,\ a+2,\ a+3,\ \ldots,\ a+11$

Тогда:

$a+(a+1)+(a+2)+\ldots+(a+11)=2\cdot 666$

$12a+66=2\cdot 666$

$6a+33=666$

$6a=633$

$a=105{,}5$ - не натуральное число

+

Противоречие, т.к сумма чисел по вертикали или горизонтали не может быть не натуральным числом, т.к складывается из натуральных чисел

Ответ: нельзя

Задание 2.

Докажем методом от противного. Пусть не существует такой номер i, что $1\leq i\leq 2022$ и $a_i^2\geq 2a_{i+1}-1$.

Тогда получается, что для любого i, $1\leq i\leq 2022$, $a_i^2<2a_{i+1}-1$.

$a_i^2+1<2a_{i+1}$

$\cancel{a_i^2+2a_i+1<2a_{i+1}-2a_i+}$

$a_i^2-2a_i+1<2a_{i+1}-2a_i$

$(a_i-1)^2<2(a_{i+1}-a_i)$

$(a_i-1)^2\geqslant 0$ для любого a_i

$2(a_{i+1}-a_i)>0$

$a_{i+1}>a_i$ ✓

Получается, что в данном ряду каждый член, начиная со второго, больше предыдущего. ✓

Тогда $a_1<a_{2023}$

$-2a_1>-2a_{2023}$

$a_{2023}^2-2a_{2023}+1<a_{2023}^2-2a_1+1$

$a_{2023}^2\leqslant 2a_1-1 \Rightarrow a_{2023}^2-2a_1+1\leqslant 0$ по условию

$a_{2023}^2-2a_{2023}+1<0$

$(a_{2023}-1)^2<0$

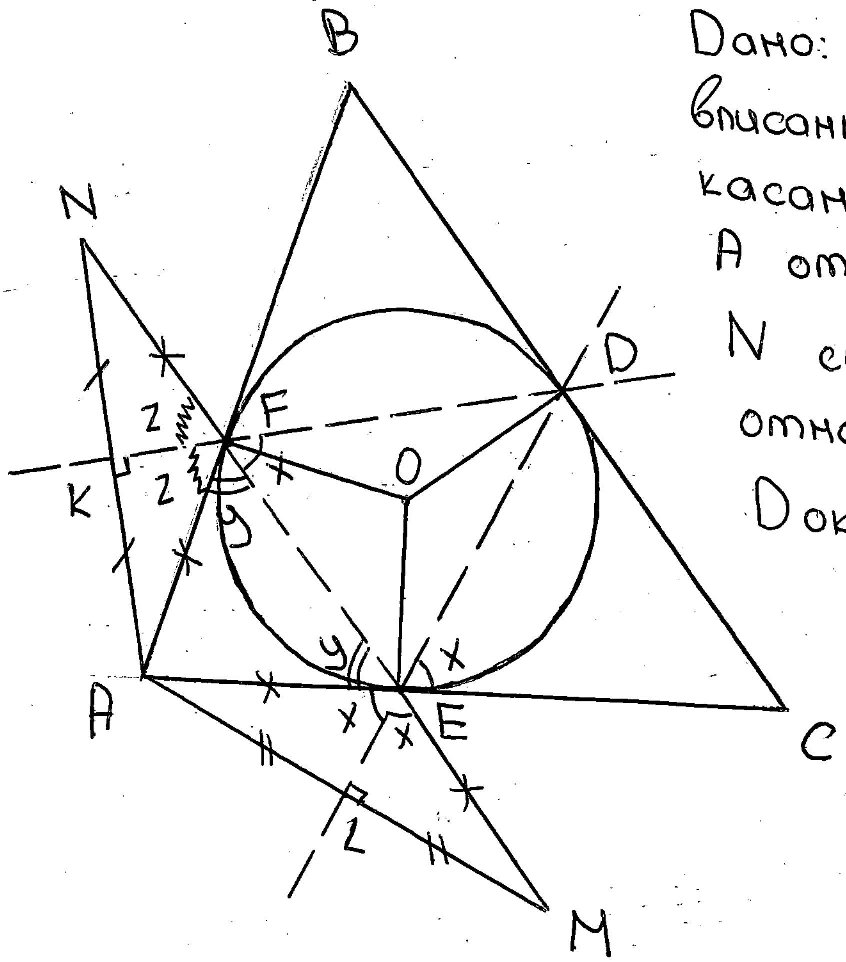
$(a_{2023}-1)^2\geqslant 0$ для любого a_{2023}

Получаем противоречие, значит, наше предположение неверно, остается принять, что существует номер i такой, что $1\leqslant i\leqslant 2022$ и $a_i^2\geqslant 2a_{i+1}-1$

Что и требовалось доказать

+

Задание 3.



Дано: $\triangle ABC$, окр $(O; r)$ - вписанная, D,E,F - точки касания, M симметрична A относительно DE, N симметрична A относительно DF

Доказать: MENF - параллелограмм

Доказательство

1) $AF = AE$ - отрезки касательных
$\triangle ANF$ - равнобедренный, т.к N симметрична A относительно DF, значит, FK - высота и медиана, по признаку равнобедренного треугольника, $\triangle ANF$ - р/б.
Тогда $AF = FN$
$\triangle AEM$ - равнобедренный, т.к M симметрична A относительно DE, значит, EL - высота и медиана, по признаку равнобедренного треугольника. $\triangle AEM$ - р/б
Тогда $AE = EM$
Получается $\underset{FN}{\overset{\shortparallel}{AF}} = \underset{EM}{\overset{\shortparallel}{AE}} \Rightarrow FN = EM$ √

2) EL - биссектриса в $\triangle AEM$, т.к $\triangle AEM$ - р/б

Пусть $\angle AEL = \angle LEM = x$

Тогда $\angle AEL = \angle DEC = x$

$\angle DEC$ - угол между касательной и хордой, проведенной в точку касания, тогда $\angle DEC = \angle EFD = x$

3) Пусть $\angle AEF = y$

$\triangle AEF$ - р/б, т.к $AF = AE$, тогда $\angle AEF = \angle AFE = y$

4) FK - биссектриса в $\triangle AFN$, т.к $\triangle AFN$ - р/б

Пусть $\angle AFK = \angle NFK = z$

$\angle NFD = 180° - z$

$\angle AFD = 180° - z$

$\angle NFD = \angle AFD = \angle AFE + \angle EFD = y + x$

5) Рассмотрим прямые FN и EM и секущую FE

$\angle NFE$ и $\angle FEM$ - накрест лежащие углы

$\angle FEM = \angle FEA + \angle AEL + \angle LEM = y + 2x$

$\angle NFE = \angle NFD + \angle DFE = y + 2x$

$\angle FEM = \angle NFE = y + 2x$ - накрест лежащие углы равны, значит, $NF \parallel EM$

6) Получили, $NF = EM$ и $NF \parallel EM$ тогда по признаку параллелограмма, MENF - параллелограмм.

Что и требовалось доказать

+

Задание 4.

Рассмотрим центральные клетки квадрата 4x4 ~~в~~ на доске 8x8 (обозначены X) на доске 1

		X	X	X	X		
		X	X	X	X		
		X	X	X	X		
		X	X	X	X		

доска 1. пример

Поставим в них вампиров. Заметим, что при такой расстановке вампиры бьют все клетки доску. На этом примере их 16. Докажем, что 16 это и есть наименьшее возможное количество вампиров.

X		X			X		X
X							X
	X					X	
	X					X	
X							X
X		X			X		X

доска 2

Отметим на доске 2 16 клеток крестиком. Заметим, что если мы поставим вампира в любую клетку доски, он не будет одновременно бить две клетки из обозначенных крестиком. √

Тем самым, раз чтобы побить все из отмеченных 16 на доске 2 клеток нужно минимум 16 вампиров, то и для того, чтобы побить все клетки доски, нужно минимум 16 вампиров. Пример на 16 вампиров в начале решения. +

Ответ: 16.

Задание 5.

Пусть $a = \overline{a_1 a_2 a_3 \ldots a_{2k+1}}$

$b = \overline{b_1 b_2 b_3 \ldots b_{2k+1}}$