

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия З Я Б Л И Ц Е В

Имя Г Р И Г О Р Ы Й

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 09 09 2009

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория М Б 2 4

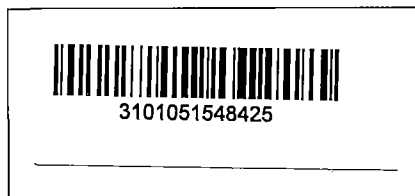
Телефон 8 9 2 9 2 2 0 8 5 9 5

Дата 05 02 2024

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия **ЕКАТЕРИНБУРГ**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____
 Время выхода с _____ : _____ до _____ : _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	18	20	16	0	0	0	0	0	0
Балл члена жюри №2	20	18	20	10	0	0	0	0	0	0

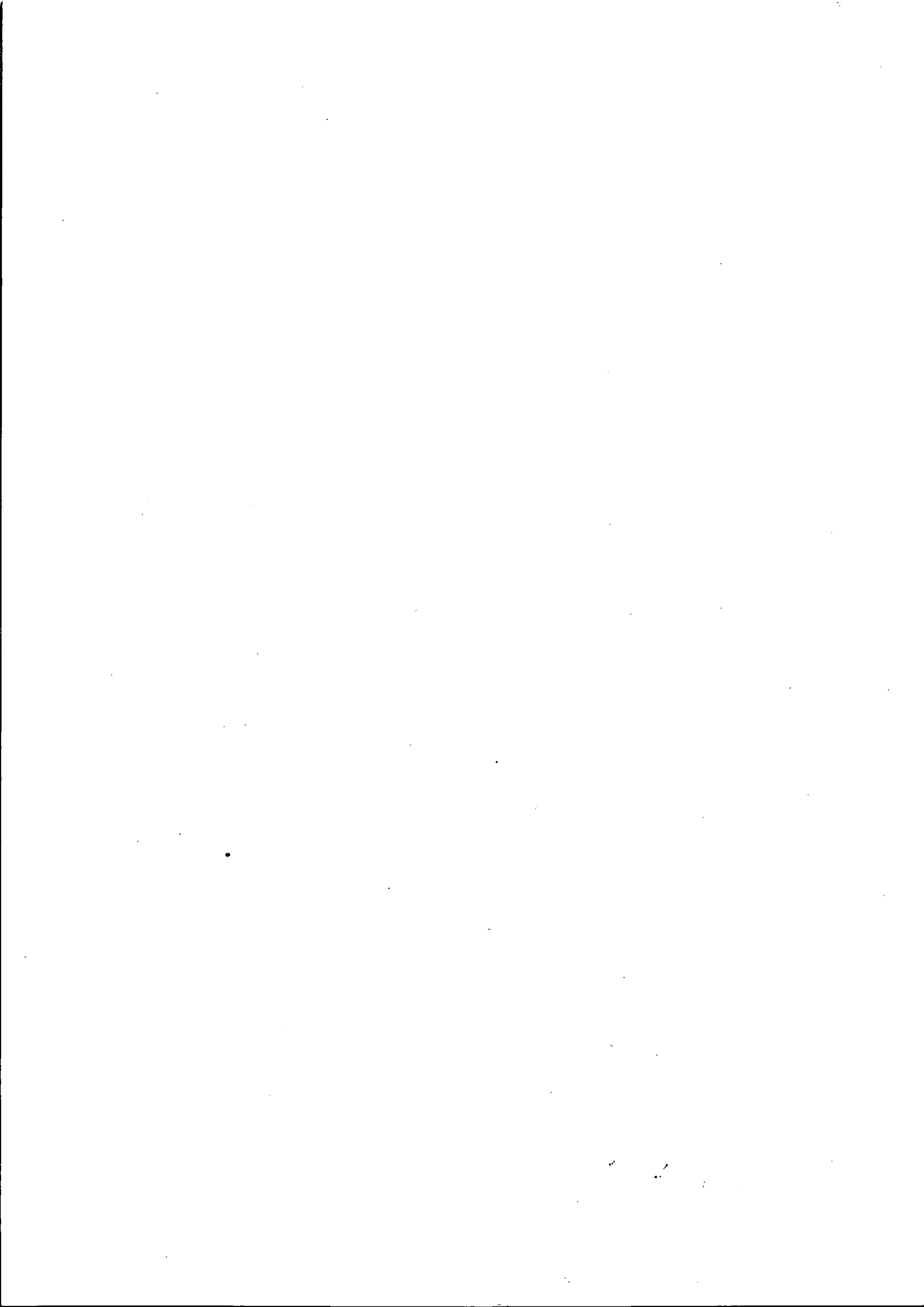
Итоговый балл **66**

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

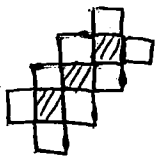


Задание 1.

Ответ: не всегда.

Решение: Еще пока не заметили, что, для того чтобы мы могли разделить фигуру на 8 частей, вырезав 3 клетки, нам необходимо (вырезать) чтобы фигура состояла минимум из 11 клеток.

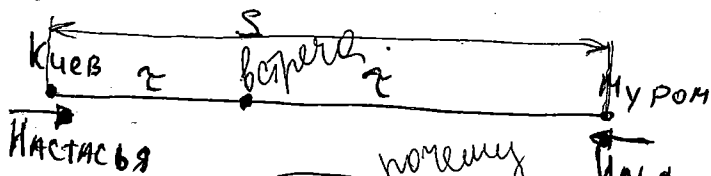
Пример:



Если мы вырежем из этой фигуры больше 3 клеток, то у нас их останется ≤ 7 , а $7 < 8 \Rightarrow$
 \Rightarrow не всегда

+

Задание 2.



почему время одинак.? что значит τ -?

$$1) S = v_H \cdot \tau + v_M \cdot \tau$$

$$2) S = v_H \cdot \tau + v_M \cdot 1 \Leftrightarrow v_H \cdot \tau + v_M = v_H \cdot \tau + v_M \cdot \tau \Rightarrow v_M = v_H \cdot \tau \Rightarrow$$

$$3) S = v_H \cdot \tau + v_M \cdot \tau^2 \Leftrightarrow v_H \cdot \tau (1 + \tau) = S$$

$$3) v_H \cdot \tau + v_M \cdot 6 = S - v_M \cdot 1 \Rightarrow S = v_H (\tau + 6) + v_M = S \Leftrightarrow S_M = v_H \cdot \tau \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = v_H \cdot \tau + v_M \cdot 6 + v_H \cdot \tau \Rightarrow S = v_H (2\tau + 6)$$

$$4) S = v_H \cdot \tau (1 + \tau) = v_H (2\tau + 6) \Rightarrow v_H (2\tau + 6) - v_H \cdot \tau (1 + \tau) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\tau + 6 = \tau + \tau^2 \Rightarrow \tau + 6 = \tau^2 \Rightarrow \tau^2 - \tau + 6 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot \tau^2 + (-1) \cdot \tau + 6 = 0$$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1 - 24 = -23$. не доведено до ответа.

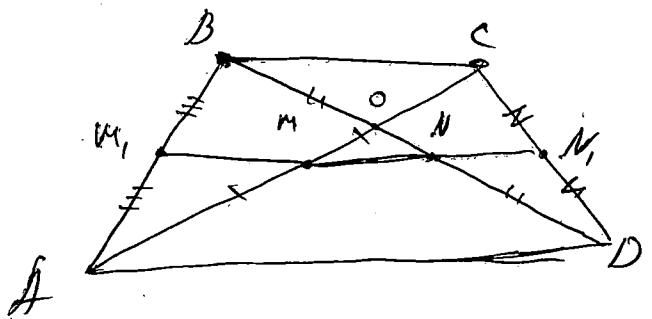
$$\frac{-(-1) \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-23}}{2} \Rightarrow \tau_1 = \frac{1+5}{2} = 3 \text{ часа}; \tau_2 = \frac{1-5}{2} = -2 \text{ часа} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \tau > 0 \Rightarrow \tau = 3 \text{ часа} \Rightarrow$ Настасья осталось идти 3 часа.

Ответ: 3 часа.

Лист 1 из

Задача 4.



Заметим, что MN лежит на средней линии трапеции, т.к. она соединяет две точки, равноудаленные от BC , так и от AD , тогда:

Поставим точки M_1 и N_1 на средине AB и CD . Они будут лежать на ср. линии \square , а значит и на MN . Заметим, что MM_1 и NN_1 являются ср. линиями $\triangle ABO$ и $\triangle CDO$. Основание этих \triangle BC \Rightarrow
 $\Rightarrow MM_1 = NN_1 = \frac{BC}{2}$ (по св-ву ср. линии \triangle) $\Leftrightarrow \checkmark$

$$\Leftrightarrow M_1N_1 = \frac{BC+AD}{2} \wedge MM_1 + NN_1 = BC \Rightarrow MN = \frac{AD+BC}{2} - MM_1 - NN_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MN = \frac{AD}{2} + \frac{BC}{2} - BC \Rightarrow MN = \frac{AD-BC}{2} = \frac{a-b}{2} \checkmark$$

Нам известно, что $a \cdot b = 7! = 5040 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1^2$ \checkmark
 Также нам известно, что $MN = \text{НОД}(a, b)$

Всего у $a \cdot b$, возможно 5 НОДов, т.к. для этого множ-ств 5040, должен быть хотя бы во 2-й степени, т.к. он должен быть и у a , и у b .
 1) $2^2 \cdot 3 = 12$. В этом случае $a = 12 \cdot 7, b = 12 \cdot 5 \Leftrightarrow MN = \frac{a-b}{2} = \frac{84-60}{2} = 12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow MN = \text{НОД}(a, b) = 12 \Rightarrow$ подходит. \dagger

~~(2) $2 \cdot 3 = 6 = MN$. В этом случае)~~ Лучше рассмотреть случаи чет степени, т.к. тогда бы в условии было написано "все значения", а нам нужно только 1: $a = 84, b = 60$ \uparrow все возможные значения

Ответ: $AD = 84, BC = 60$.

Задача 3.

$$\boxed{a \neq b \neq c}$$

$$a^3 + \frac{1}{bc} = b^3 + \frac{1}{ac} = c^3 + \frac{1}{ab} \quad | \cdot abc$$

$$a^4bc + a = b^4ac + b = c^4ab + c$$

$$1) a^4bc + a - ab^4c - b = 0$$

$$abc(a^3 - b^3) + (a - b) = 0$$

$$(a - b)abc(a^2 + ab + b^2) + (a - b) = 0$$

$$(a - b)(abc(a^2 + ab + b^2) + 1) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Leftrightarrow a = b \xrightarrow{\text{противоречие}} \vee abc(a^2 + ab + b^2) = -1 \Rightarrow abc < 0 \vee a^2 + ab + b^2 < 0$$

$$2) a^4bc + a - abc^4 - c = 0$$

$$abc(a^3 - c^3) + (a - c) = 0$$

$$(a - c)(abc(a^2 + ac + c^2) + 1) = 0 \Rightarrow a - c = 0 \Leftrightarrow a = c \xrightarrow{\text{противоречие}} \vee abc(a^2 + ac + c^2) = -1 \Rightarrow abc < 0 \vee a^2 + ac + c^2 < 0$$

$$3) b^4ac + b - abc^4 - c = 0$$

$$abc(b^3 - c^3) + (b - c) = 0$$

$$(b - c)(abc(b^2 + bc + c^2) + 1) = 0 \Rightarrow b - c = 0 \Leftrightarrow b = c \xrightarrow{\text{противоречие}} \vee abc(b^2 + bc + c^2) = -1 \Rightarrow abc < 0 \vee b^2 + bc + c^2 < 0$$

Допустим, $a, b, c \geq 0$, тогда:

$$1) a = b \vee a^2 + ab + b^2 < 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab < 0 \Leftrightarrow (a+b)^2 - 2ab + ab < 0 \Rightarrow a^2 + b^2 < ab \Rightarrow \text{противоречие (ср. к. (сумма квадратов))}$$

$$2) a = c \vee a^2 + b^2 < -ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 0 \Rightarrow a < 0 \vee b < 0 \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow a = b \Rightarrow \text{противоречие}$$

$$3) a = c \vee a^2 + b^2 + ac < 0 \Leftrightarrow a^2 + c^2 - ac < 0 \Leftrightarrow a^2 + c^2 \geq 0 \Rightarrow a < 0 \vee c < 0 \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow a = c \Rightarrow \text{противоречие}$$

Задача 5

(а) ~~нужно кого-то перевести обе фишки.~~
~~В этом случае надо~~

Ответ: Пета.

~~Решение: Первым ходом Пета должен поставить Δ на 1 клетку
вправо. Если Вася ходит кружками на 1, то Пета ходит Δ на 2~~

Решение: Пете должен первым ходом сходить на 2 любой фишкой,
~~которая находится слева Васи, то есть кружочка.~~

Затем если Вася ходит в этом же направлении на 1, то сходить также, если на 2,
то сходить в другом направлении на 1, если же Вася ходит в другом направле-
нии на 1, то сходить также, если на 2, то, всё равно, на 1.

- 1) Почему это всегда возможно?
- 2) ~~Почему это всегда возможно?~~ Почему Пета сходит
- 2) Общую клетку?
- 3) Почему выигрыш гарантирован?

Задача 3 (продолжение)

Допустим, что $abc \geq 0$ и $a, b, c \geq 0$, тогда:

1) $a^2 + ab + b^2 < 0 \Rightarrow a^2 + b^2 < -ab \Rightarrow a^2 + b^2 > 0$, $-ab \leq 0 \Rightarrow$ противоречие \Rightarrow
 ~~$a < 0 \vee b < 0$~~ $a < 0 \vee b = 0 \vee a = 0 \vee b < 0$

Аналогично с: $a^2 + ac + c^2 < 0$, и $c: b^2 + bc + c^2 < 0$.

2) $a < 0 \vee c < 0 \Rightarrow a < 0 \wedge c = 0 \vee c < 0 \wedge a = 0$

3) $b < 0 \vee c < 0 \Rightarrow b < 0 \wedge c = 0 \vee c < 0 \wedge b = 0$

Пусть $abc \geq 0$ и $a, b, c \geq 0$, тогда:

1) $a^2 + ab + b^2 < 0 \Rightarrow a^2 + b^2 < -ab \Rightarrow a^2 + b^2 > 0$, $-ab \leq 0 \Rightarrow$ противоречие \Rightarrow
 ~~$a < 0 \vee b < 0$~~ $a = 0 \vee b = 0$

2) $a^2 + ac + c^2 < 0 \Rightarrow a^2 + c^2 < -ac \Rightarrow a = 0$

1) $a^2 + ab + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 < -ab \Rightarrow a^2 + b^2 > 0$, $-ab \leq 0 \Rightarrow$ противоречие \Rightarrow
 $\Rightarrow a < 0 \vee b < 0$ ($a < 0 \wedge b > 0$) \vee ($b < 0 \wedge a > 0$)

2) ($a < 0 \wedge c > 0$) \vee ($c < 0 \wedge a > 0$) (по аналогии с первым)
 3) ($b < 0 \wedge c > 0$) \vee ($c < 0 \wedge b > 0$)

Очевидно, что $abc < 0 \Rightarrow$ либо все три числа отрицательные, либо какое-то одно.
 а) $a < 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow c < 0 \Rightarrow$ противоречие
 б) $a > 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ противоречие

Пусть все три числа < 0 (тогда) $a > b > c$, тогда:

$a(a^2 + b^2 + 1) = b(b^2 + c^2 + 1) = 0$
 $\leq 0 \leq 0$

1) $a^3 + \frac{1}{bc} - b^3 - \frac{1}{ac} \stackrel{=0}{\leq} \frac{(a^3 - b^3)}{bc} + \frac{a - b}{ac} = 0 \Rightarrow$ противоречие

Задача 3 (продолжение)

(Пусть $a, b, c < 0$ и $b > a > c$)

$$b^3 + \frac{1}{ac} - c^3 - \frac{1}{ab} \Leftrightarrow (b^3 - c^3)$$

Пусть $a, b, c < 0$, тогда:

$$1) a^3 - b^3 + \frac{1}{ac} - \frac{1}{ab} \Leftrightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2) + \frac{a-b}{abc} = 0.$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2 + \frac{1}{abc}) = 0.$$

$$a-b \neq 0 \Rightarrow a^2 + ab + b^2 + \frac{1}{abc} = 0 \quad | \cdot abc$$

$$\begin{matrix} a^2bc & + & a^2b^2c & + & ab^2c & = & -1 \\ < 0 & & < 0 & & < 0 & & \end{matrix}$$

$$2) a^3 - c^3 + \frac{a-c}{abc}$$

$$a-c \neq 0 \Rightarrow a^2 + ac + c^2 + \frac{1}{abc} = 0 \quad | \cdot abc$$

$$a^2bc + a^2bc^2 + abc^3 = -1$$

$$3) b^3 - c^3 + \frac{b-c}{abc} = 0$$

$$b-c \neq 0 \Rightarrow ab^3c + ab^2c^2 + abc^3 = -1$$

$$a^2bc + a^2b^2c + ab^3c = -1 = a^2bc + a^2b^2c + abc^3$$

$$a^2b^2c + ab^3c = a^2bc^2 + abc^3 \quad | : abc$$

$$ab + b^2 = ac + c^2 \Leftrightarrow b(a+1) = c(a+1) \Rightarrow b=c \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$$

\Rightarrow все три числа < 0 — не может. И так, у нас остается только одна ситуация, когда только 1 число меньше 0 $\Rightarrow \underline{\underline{\#}}$

+