ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101358350491

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Фамилия ГАЙФУЛЛИН

Имя ТИМУР

Отчество РУСТАМОВИЧ

Дата рождения 14 05 2007

Город участия УФА

Аудитория 9-101

Телефон 89871368738

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101358350491

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	5	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	5	0					

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№2

⊗ Пусть нет. Тогда $a_1^2 < 2a_2 - 1$

$a_2^2 < 2a_3 - 1$

$a_3^2 < 2a_4 - 1$

$\vdots$

$a_{2022}^2 < 2a_{2023} - 1$

$a_{2023}^2 \le 2a_1 - 1$

Сложим все эти неравенства:

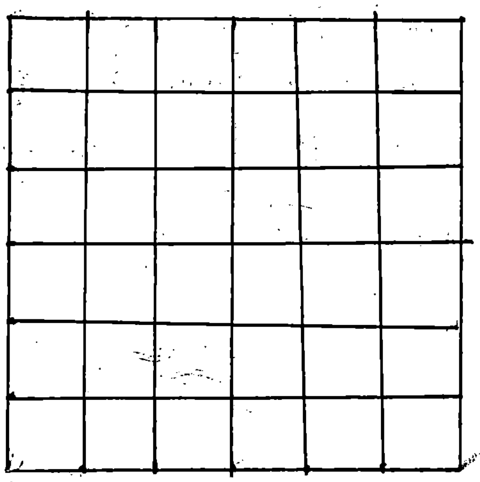
$$a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+\dots+a_{2022}^2+a_{2023}^2 < 2a_1+2a_2+\dots+2a_{2023}-1\cdot 2023$$

$$a_1^2-2a_1+1+a_2^2-2a_2+1+\dots+a_{2023}^2-2a_{2023}+1<0$$

$$\underbrace{(a_1-1)^2}_{\ge 0}+\underbrace{(a_2-1)^2}_{\ge 0}+\dots+\underbrace{(a_{2023}-1)^2}_{\ge 0}<0$$

В левой части неравенства все слагаемые – квадраты, а значит она ≥ 0, но в неравенстве часть <0. Получается противоречие, т.к. у нас левая часть никак не может быть <0, а значит, наше изначальное предположение неверно $\Rightarrow$ существует i такой, что $1 \le i \le 2022$ и $a_i^2 \ge 2a_{i+1}-1$, ч.т.д.

+



№1

Сумма чисел от 1 до 36 равна $\frac{36\cdot 37}{2} = 666$.

Сумма 12 последовательных чисел равна $n+n+1+\dots+n+11=12n+66$. При этом поскольку это сумма и столбцов, и строк, то каждое число в таблице посчитано дважды. Тогда имеем:

$$666 = \frac{12n+66}{2}$$

$$666 = 6n+33$$

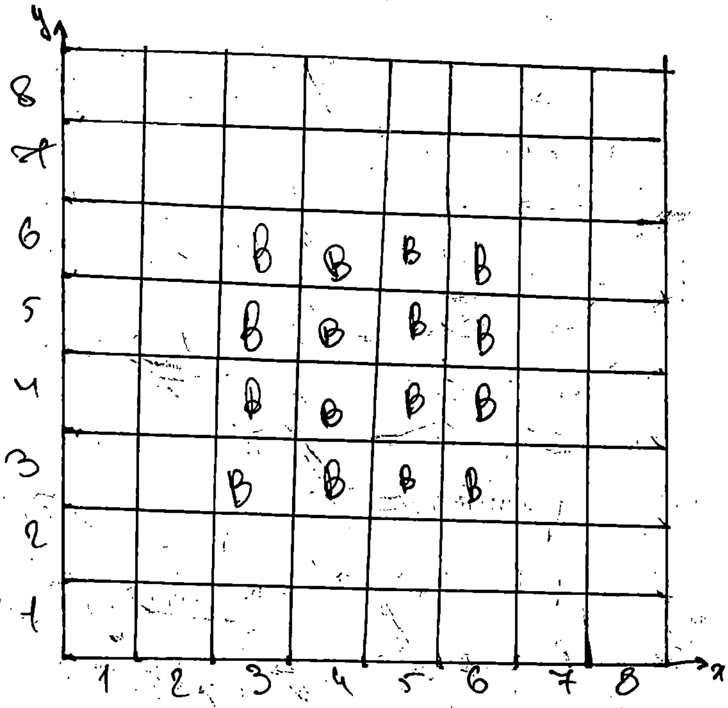
+ $633 = 6n$

$n = 105{,}5 \notin \mathbb{N}$, а n должно $\in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ нет, так расставить числа нельзя.

Ответ: нет.

№4



пример верной

Пример: 16

Оценка: Введём в доске систему координат, показанную на рисунке. Клетки (1;1), (1;8), (8;8), (8;1) могут побитым, только если либо в них стоят вампиры, либо вампиры стоят в клетках (3;3), (3;6), (6;6), (6;3) соответственно. Уже 4 вампира. Клетки (1;2), (1;7), (8;7), (8;2) могут быть побитым, только если в них стоят вампирующим вампиры стоят соответственно в (3;4), (3;5), (6;5), (6;4). Уже 8 вампиров. Клетки (2;8), (2;7), (2;2), (2;1), (7;8), (7;7), (7;2), (7;1) могут быть побитым, только если либо в них стоят вампиры, либо если вампиры стоят соответственно в клетках (4;6), (4;5), (4;4), (4;3), (5;6), (5;5), (5;4), (5;3). Уже 16 вампиров. Получается, 16 вампиров — это минимум, а пример на 16 у нас есть.

почему?

Ответ: 16.

№5

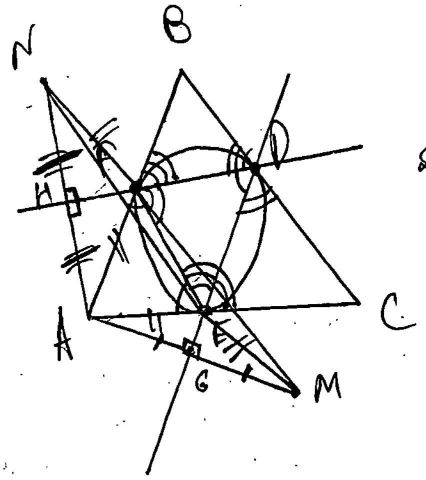
$a = \overline{a_{2n+1}a_{2n}a_{2n-1}\ldots a_1} = 10^{2n} a_{2n+1} + 10^{2n-1} a_{2n} + 10^{2n-2} a_{2n-1} + \ldots + 10a_2 + a_1$

$b = \overline{b_{2n+1}b_{2n}b_{2n-1}\ldots b_1} = 10^{2n} b_{2n+1} + 10^{2n-1} b_{2n} + 10^{2n-2} b_{2n-1} + \ldots + 10b_2 + b_1$

$ab = (10^{2n} a_{2n+1} + 10^{2n-1} a_{2n} + 10^{2n-2} a_{2n-1} + \ldots + 10a_2 + a_1)(10^{2n} b_{2n+1} +$
$+ 10^{2n-1} b_{2n} + 10^{2n-2} b_{2n-1} + \ldots + 10 b_2 + b_1) = 10^{4n} a_{2n+1} b_{2n+1} +$
$+ 10^{4n-1} a_{2n+1} b_{2n} + \ldots + 10^{2n} a_{2n+1} b_1 + 10^{4n-1} a_{2n} b_{2n+1} + 10^{4n-2} a_{2n} b_{2n} +$
$+ \ldots + a_1 b_1 = a_{2n+1}(10^{4n} b_{2n+1} + 10^{4n-1} b_{2n} + \ldots + 10^{2n} b_1) +$
$+ a_{2n+1}(10^{4n-1} b_{2n+1} + 10^{4n-2} b_{2n}$

нет сущ. продвижений

№3



Д-ть: MENF — п/г

Док-во: $AG = GM$, $AH = HN$ в силу симметрии

$\angle FDE = \angle FEA = \angle EFA$ (впис. угол равен вневпис.)

$\angle EFD = \angle CDE = \angle CED$ (впис. угол равен вневпис.)

$\angle FED = \angle BFD = \angle BDF$ (впис. угол равен вневпис.)

Нам надо д-ть, что $ME \parallel NF$, $NE \parallel MF$ — это надо доказать.

$NF = FA = AE = EM$ (симметрия)

$\Rightarrow NH = HA = AG = GM$

$\angle FEN = \cancel{180}$ $\angle AEM - 2$

Бланк ответов