ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101589890403

Титульный лист

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия ВИНОГРАДОВ

Имя СЕМЁН

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 28 07 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория И-405

Телефон +79221921774

Дата 05 02 2024 **Подпись** Вин

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101589890403

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ■ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	00	25	00	25						
Балл члена жюри №2	00	25	00	25						

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1 [signature]

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№4

Пусть число $x = p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}$, где p_i – различные простые числа, ~~тогда~~ ~~необхо~~ а α_i – натуральные, тогда красота x – кол-во чисел m: $m = p_1^{\beta_1}\cdot p_2^{\beta_2}\cdot p_3^{\beta_3}\cdot\ldots\cdot p_n^{\beta_n}$, где $\beta_i = \left[\begin{matrix}0\\ \alpha_i\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow$ т.к. все β_i независят друг от друга, то кол-во таких чисел m — 2^n $\Rightarrow$ красота числа $\underline{x = 2^n}$ Пусть $f(x)$ - красота x,

~~1) $101 = 101^1$ $\Rightarrow$ $f(101) = 2^1$, если если пары не упорядочены то $f(101) = \frac{2^1}{2} =$~~

если пары упорядочены. $f(x) = 2^n$,

иначе $f^*(x) = \frac{2^n}{2} = 2^{n-1}$.

1) $101 = 101^1$, $f(101) = 2^1 = 2$ $\quad f^*(101) = 2^0 = 1$

2) Будем искать ~~число~~ минимальное число с максимальной красотой. ~~Такое, очевидно, выполняется~~ У такого числа все $\alpha_i = 1$, иначе можно разделить на p_i, и красота не уменьшится, а число уменьшится. Очевидно, что все p_i должны быть минимальными, т.е. $\{p_n\}$ - первые n простых чисел. Тогда найдем такое $x = \cancel{p_1\cdot p_2\cdot p_3}\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot p_n$: $x \leq 1024$

x, монотонно возрастает при увеличении

и при $x = 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7 = 210 < 1024$, $x = 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11 = 2100 + 210 = 2310 > 1024$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x = 210 \\ n = 4 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $f(x) = 2^4 = 16$, $f^*(x) = 2^3 = 8$

⊕ 25 б

№ 1

Введем координаты клетки (x, y) значит клетка в пересечении x строки, y столбца.

Тогда сумма ~~всех чисел равна $64 \cdot \frac{512}{2}$~~

~~мы можем найти сумму на подтаблице~~

~~с левым верхним с (1;1) чисел в клетках~~

Подтаблица $(x_1, y_1)-(x_2; y_2)$ — множество клеток (x, y): $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$, тогда сумму в подтаблице $(x, y)-(x+2k_x-1, y+2k_y-1)$, можно найти просто разбив ее на квадраты 2×2 (1-й — $\begin{matrix}(x,y) & (x,y+1)\\ (x+1,y) & (x+1,y+1)\end{matrix}$, и т. д.) так сумма будет равна $64 \cdot k_x k_y$.

Тогда найдем сумму в подтаблице $(1, 1)-(1+256 \cdot 2-1, 1+256 \cdot 2-1)$ и вычтем из нее сумму в подтабл. $(2, 2)-(2+255 \cdot 2-1, 2+255 \cdot 2-1)$, результат: $64 \cdot 256 \cdot 256 - 64 \cdot 255 \cdot 255 = 64 \cdot 511 = 2^{15} - 64 = 32768 - 64 = 32704$

Ответ: 32704.

0 б

№ 3

Воспользуемся методом шаров и перегородок, тогда кол-во вариантов — $C_{18+24-1}^{18} =$

$= C_{41}^{18} =$ ~~$\frac{41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}$~~

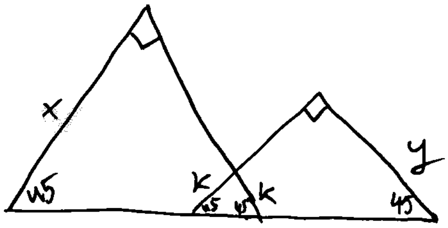
$= \frac{41!}{18! \cdot 23!}$

А почему?

0 б

Пусть сторона первого треугольника — x, второго — y, а k: $2(x+y-k)=4096$

~~тогда общая площадь~~



тогда общая площадь —

$S=\dfrac{x^2+y^2-k^2}{2}$,

$y=2048-x+k$, тогда $S(x,k)=\dfrac{x^2+2048^2+x^2+\cancel{k^2}-\cancel{k^2}+2\cdot(-2048x+2048k-xk)}{2}=x^2+1024\cdot 2048+2048k-2048x-xk$

пусть k — параметр $0\le k\le \min(x,y)\le \frac{2048}{2}=1024$,
т.к. $S(x)$ — парабола с $a>0$, то минимум при $x=-\dfrac{(-2048-k)}{2}=1024+\dfrac{k}{2}$, $y=2048-1024-\dfrac{k}{2}+k=1024+\dfrac{k}{2}=x>0$, $x\le 1024+\dfrac{1024}{2}<2048$.

~~S(k)~~ теперь подставим $1024+\frac{k}{2}$ вместо x в $S(x,y)$.

$S(k)=\left(1024+\frac{k}{2}\right)^2-(2048+k)\left(1024+\frac{k}{2}\right)+1024\cdot 2048+2048k=$
$=1024^2+\cancel{1024k}+\frac{k^2}{4}-2048\cdot 1024-\cancel{1024k}-1024k-\frac{k^2}{2}+$
$+1024\cdot 2048+2048k=-\frac{k^2}{4}+\cancel{2048}\,1024k+1024\cdot(1024-$
$-\cancel{2048}+\cancel{2048})=-\frac{k^2}{4}+1024k+1024^2$

минимум на отрезке $[0,2048]$ — ответ

$S(k)$ — парабола с $a<0$ => минимум на границах $S(0)=1024^2$, $S(2048)=-\dfrac{2048^2}{4}+1024\cdot 2048+1024^2=$
$=1024\cdot 2048>S(0)$ => min при $k=0$ $S(0)=1024^2$

Ответ: минимальная площадь $1024^2=1048576$.

+ 25

Бланк ответов