ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101038908071

Титульный лист

Направление
☒ информатика ☐ история ☐ математика
☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика
☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ХЛЕБИНА

Имя ИРИНА

Отчество АНДРЕЕВНА

Дата рождения 17 10 2005

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 259

Телефон 79525121581

Дата 05 02 2024 **Подпись** leel

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101038908071

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	03	00	12	01						
Балл члена жюри №2	03	00	12	01						

Итоговый балл 016

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

Периметр можно разбить на прямоугольники 1×3 или 3×1, в каждом сумма будет 32.

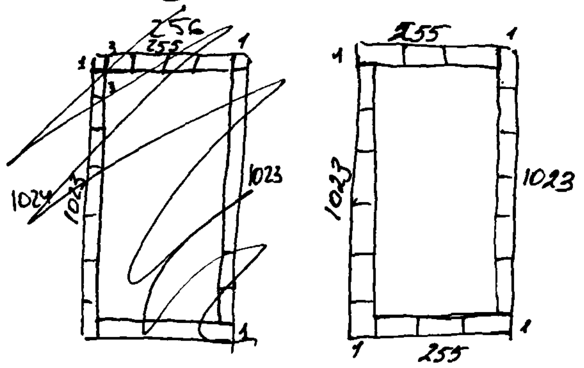
1) $P=2(n+m)-4=512+2048-4=2556$

$2556:3\cdot32=852\cdot32=27264$

$256\overset{3}{\equiv}1$

$1024\overset{3}{\equiv}1$

Разбиение:



+3 б

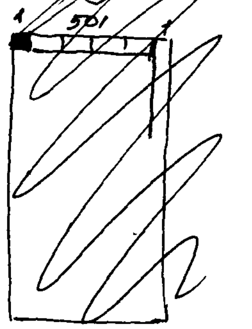
2) $P=2(n+m)-4-1=1006+4048-5=1006+4043=5049$

$5049:3\cdot32=1683\cdot32=53856$

$503\overset{3}{\equiv}2$

$2024\overset{3}{\equiv}2$

Разбиение



−?

Задание 2

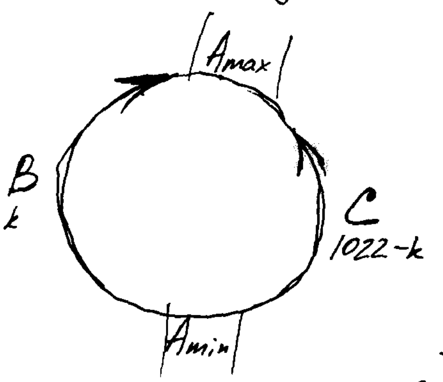
Заметим, что минимальная красота, когда у всех чисел a_i верно, что $a_{i-1}\le a_i\le a_{i+1}$ или $a_{i-1}\ge a_i\ge a_{i+1}$, кроме максимумов и минимумов. Тогда красота равна $(a_{max}-a_{min})\cdot2$. Меньше найтись не могло, так как м/у a_{max} и a_{min} можно пройти 2 способами, и на каждом пути сумма модулей разностей соседних членов хотя бы $a_{max}-a_{min}$. Но для любой расстановки это минимум, т.к. можно поставить числа по возрастанию и получим ровно $2(a_{max}-a_{min})$.

В нашем примере $2(a_{max}-a_{min})=2048 \Rightarrow a_{max}-a_{min}=1024$

Продолжение на обороте.

Посчитаем кол-во вариантов выбрать a_{min} и a_{max}. Если 1 выбран, то второй выбирается автоматически из $a_{max} - a_{min} = 1024$. Будем выбирать a_{max}. Т.к. числа положительные и целые, то $a_{max} \geq 1025$ и $a_{max} \leq 10000$ (по условию). То есть всего вариантов: $10000 - 1025 + 1 = 8976$.

Теперь будем рассматривать круг из массива (просто замкнув его концы). Если условие выполняется, то он выглядит так



~~Пусть~~ В части В и С числа расположены по возрастанию (показано стрелочкой). Чтобы избежать повторения кругов пусть в части В числа от a_{min} до a_{max}, но сам a_{max} встретиться не может. В части С числа от a_{min} до a_{max}, но a_{min} встретиться не может. ~~Тогда количество таких кругов при заданных A_{min} и A_{max}:~~

~~$\sum_{k=0}^{1022}$~~ Нужно выбрать k чисел из 1024 (м/у a_{min} и a_{max} вкл. 1025 чисел, а одно из a_{min} и a_{max} запрещено), возможны повторения. Это значит расставить в каком-то порядке k засечек, которые означают, что мы берём число перед засечкой и 1023 числа (т.к. 1 число точно стоит в начале, когда вкл. a_{max} или в конце, когда включительно a_{min})

Тогда для части В вариантов: $\frac{(1023+k)!}{1023!\cdot k!}$ **12 δ**

+

для части С: $\frac{(1023+(1022-k))!}{1023!\cdot(1022-k)!} = \frac{(2045-k)!}{1023!\,(1022-k)!}$

Всего вариантов кругов при фикс. A_{max} и A_{min}:

$$\sum_{k=0}^{1022} \frac{(1023+k)!}{1023!\cdot k!} \cdot \frac{(2045-k)!}{1023!\,(1022-k)!}$$ **7**

Каждый круг превращается в 1024 массивов (можно разорвать в любом месте и сделать массив, читающийся в круге по часовой стрелке). Значит всего массивов:

$$8976 \cdot \sum_{k=0}^{1022} \frac{(1023+k)!}{1023!\cdot k!} \cdot \frac{(2045-k)!}{1023!\,(1022-k)!} \cdot 1024$$

Задание 4

~~А~~ По алгоритму Евклида: $\gcd(i, i+k) = \gcd(i, k)$

1) $F(10,7) = \gcd(1,7)+\gcd(2,7)+\gcd(3,7)+\gcd(4,7)+\gcd(5,7)+\gcd(6,7)+$ $+\gcd(7,7)+\gcd(8,7)+\gcd(9,7)+\gcd(10,7) = 9+7 = 16$ **+1 δ**

2) $1621620 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

$16380 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

$F(n,k) = \cancel{d_i \cdot k_i} \sum_i d_i \cdot (k_i - k_i') = \sum_i (1621620 - d_i \cdot k_i')$

где d_i - делитель 16380

k_i - ~~делитель~~ кол-во чисел от 1 до 1621620, делящихся на d_i

k_i' - кол-во чисел от 1 до 1621620, делящихся на d_i и на какой-то делитель 16380 больший d_i.

$\cancel{2^2 \,|\, 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \,|\, 3^2 \cdot 11}$

$\cancel{2^1 \,|\, 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \,|\, 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13}$

(d_i, k_i) $\quad k_i = \frac{1621620}{d_i}$

(1, 1621620)

(2, 810810) (3, 540540) (5, 324324) (7, 231660) (13, 124740)

(4, 405405) (6,

и т.д.

—

Бланк ответов