ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101525378578

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия КОБА

Имя ВАЛЕНТИНА

Отчество ЮРЬЕВНА

Дата рождения 17 01 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 457

Телефон 89121180987

Дата 05 02 2024 **Подпись** Коба

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101525378578

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 01 Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:51 до 13:55

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	20	0	–					
Балл члена жюри №2	20	0	20	0	–					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

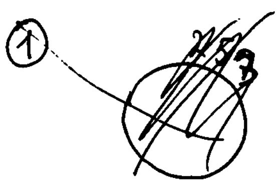
№ 3.

Распишем делители каждого натурального числа.

1 : 1
2 : 2 ; 2 : 1
3 : 3 ; 3 : 1
4 : 4 ; 2 : 1
5 : 5 ; 5 : 1
6 : 6 ; 6 : 3 ; 6 : 2 ; 6 : 1
7 : 7 ; 7 : 1
8 : 8 ; 8 : 4 ; 8 : 2 ; 8 : 1.

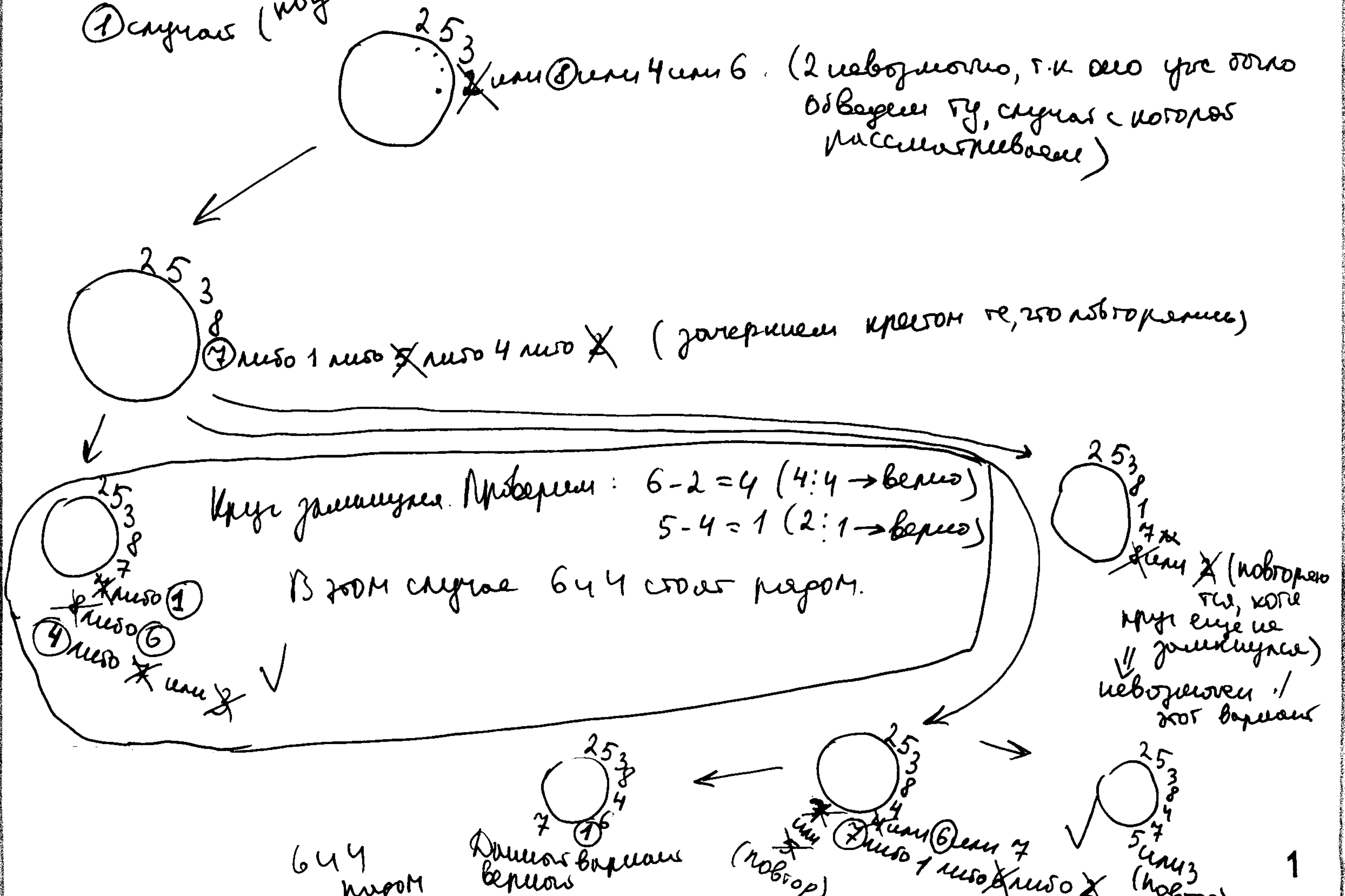
Заметим, что 8 делить на 8 и нам не понадобится, т.к. у нас ~~всего~~ максимальное натуральное число для задачи это 8, а значит разность с каким-либо другим числом (от 1 до 7) будет ≤ 7.

Известно, что 2 и 5 стоят рядом. Т.к. круг замкнется нам не важно с какой стороны друг от друга они стоят.



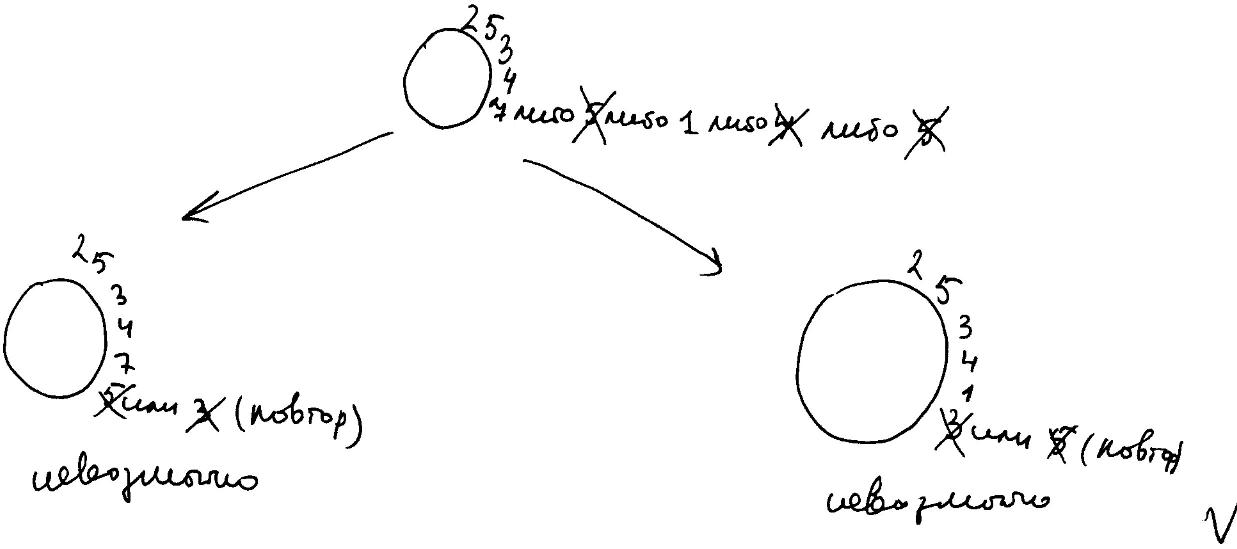
Начнем решать относительно 5. 5 : 5 и 5 : 1. Значит после 5 могут стоять числа 1, 3, 7. По очереди ~~р~~ всевозможные случаи

① случай (когда после 5 стоит 3)

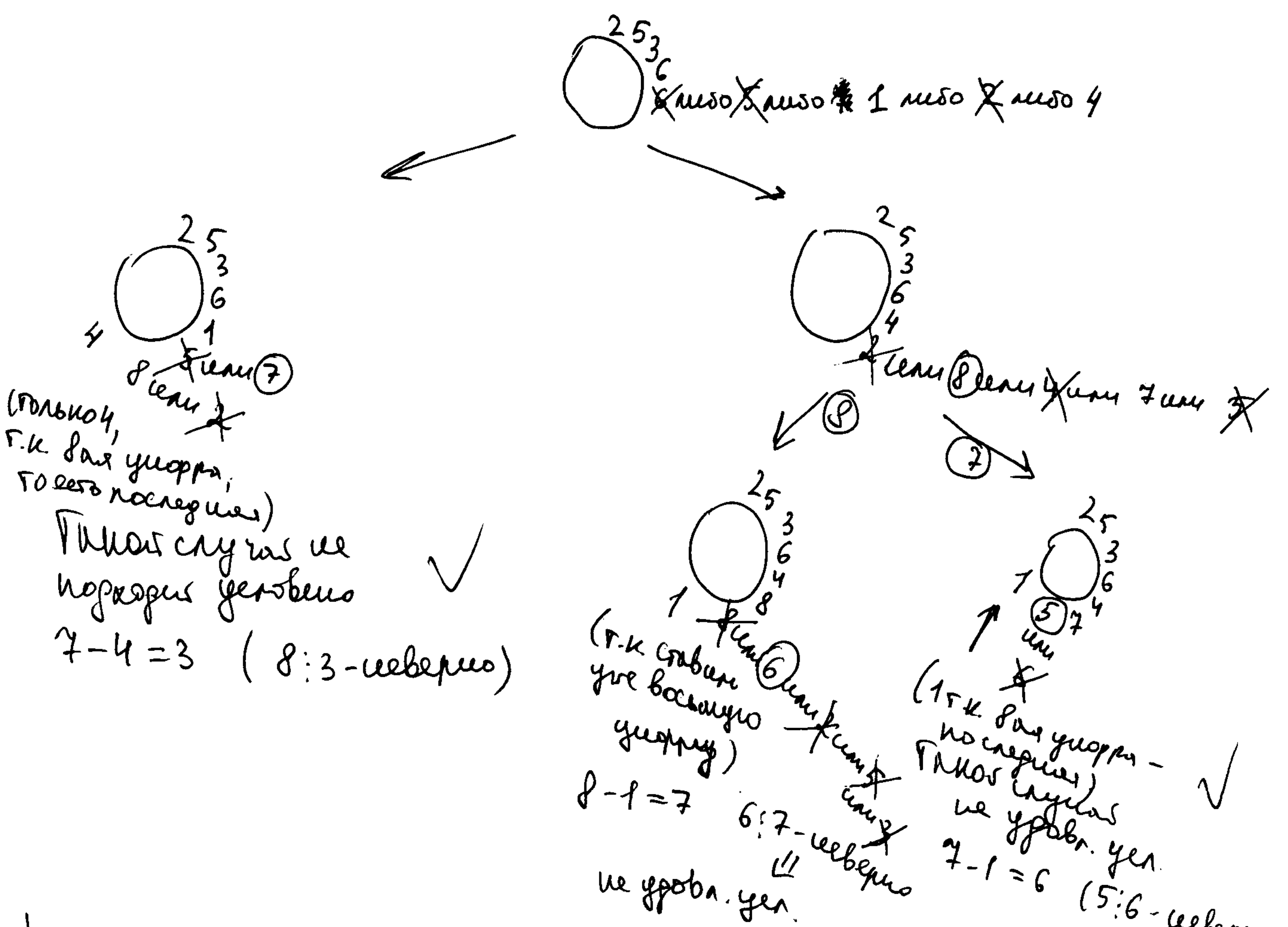


Мы проверили все случаи, если мы после ~~выбранного~~ числа 3 выбрали от 8.

4 случай, когда после 3 мы выбрали от 4



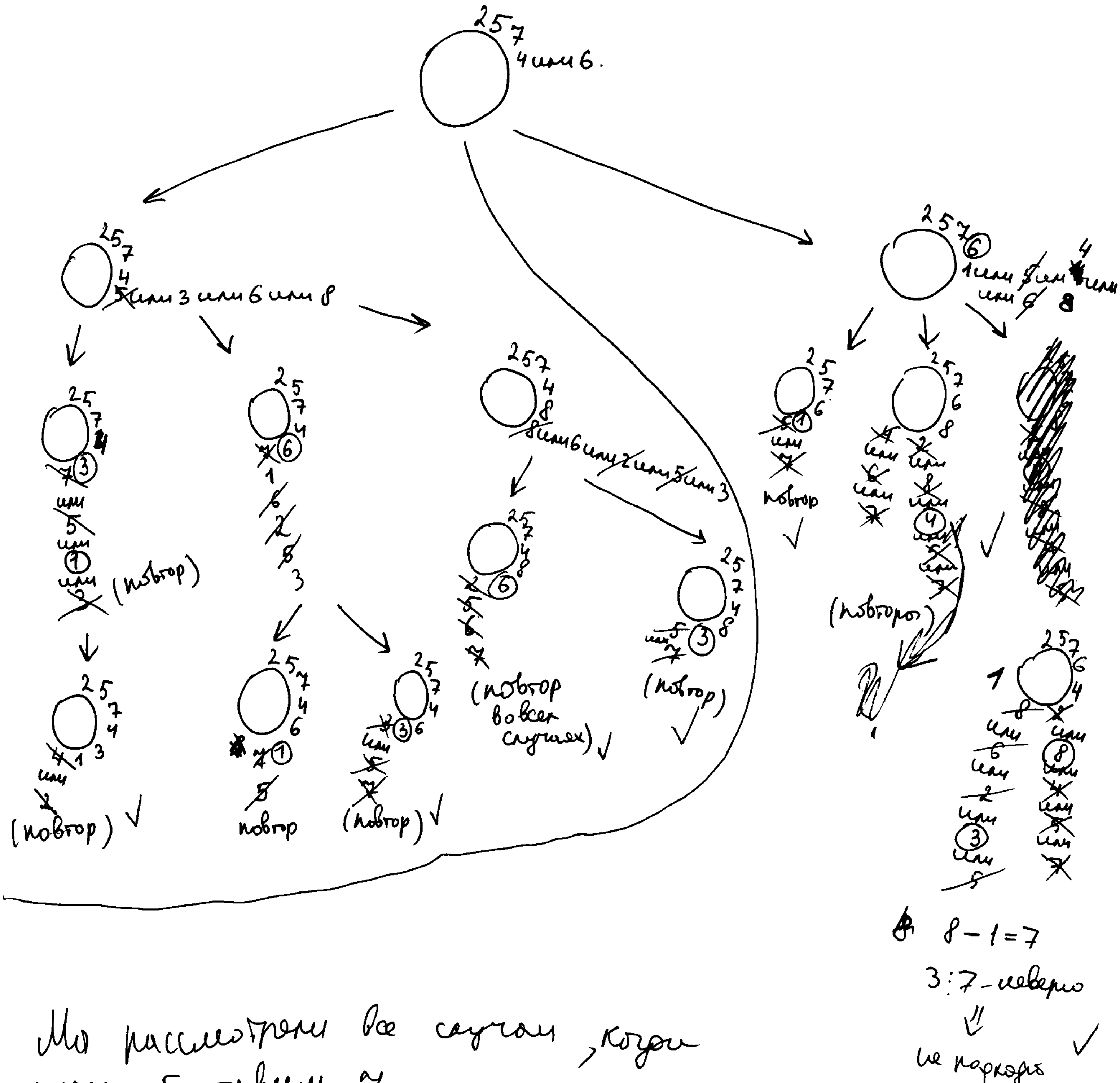
5 случай, когда после 3 мы выбрали от 6.



! Крестом зачеркивало те, что уже повторялись.

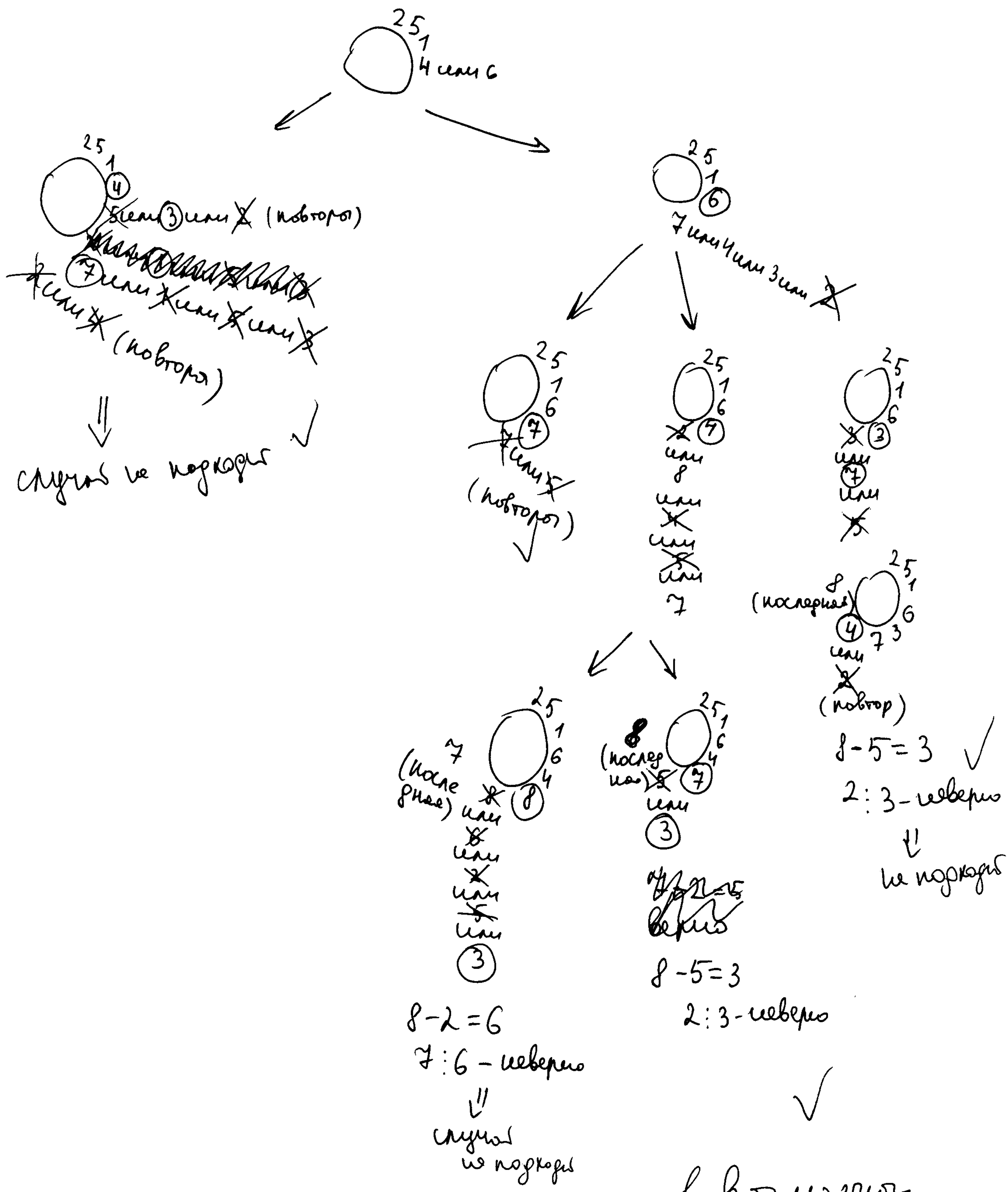
Мы ~~х~~ все случаи если после 5 ставим 3 и дальше проходим по усл.

~~х~~ случаи выбора ~~после~~ числа 7 после 5



Мы рассмотрели все случаи, когда после 5 ставим 7.

∀ случаи, когда после 5 ставим 1



Мы ∀ все случаи и доказали, что в возможных случаях 6 и 4 всегда стоят рядом

чтд ⊤

Бланк ответов

Задание 1

Найдем сумму чисел от 1 до 36.

$$1+2+\ldots+36=\frac{36\cdot 37}{2}=18\cdot 37=666.$$

Предположим, что возможен такой вариант, что суммы по вертикали и по горизонтали в некотором порядке равны 12 послед. чисел. Тогда это можно записать так:

$$k+k+1+k+2+k+3+k+4+k+5+k+6+k+7+k+8+k+9+k+10+$$
$$+k+11=12k+66.$$

Заметим, что когда мы считаем данную сумму каждое число ~~посчита~~ (клетка) посчиталось 2 раза (в вертикали и в горизонтали). Т.к. все числа различны, значит мы посчитали 2 раза сумму чисел от 1 до 36.

$$12k+66=666+666$$
$$12k=666+666-66$$
$$12k=1266.$$
$$k=\frac{1266}{12}=105,5$$

Но k должно быть целым числом, ~~а значит~~ т.к. мы складываем только натуральные числа. Значит, такое невозможно

Ответ: нельзя.

+

3

Задание 4.

1 оборотень бьет 5 клеток.

На доске 8x8 64 клетки, а значит ~~количество~~ ~~количество оборотней~~ кол-во оборотней не может быть меньше $\frac{64}{5} = 12{,}8$, то есть 13 штук

k - кол-во оборотней

$\underline{k \geqslant 13.}$ Нет примера

Или бы мы не поставили ~~ферзя~~ оборотни справо, он будет бить не 5, а 4 клетки.

Задание 2.

$a > 0 \quad b > 0 \quad c > 0 \quad \Rightarrow \quad a^2 > 0 \quad b^2 > 0 \quad c^2 > 0.$

$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$

Зная, что $abc > 0$ (т.к. $a > 0, b > 0, c > 0$), можно сделать вывод, что

$$\begin{array}{lll} a^2 < 1 & \Rightarrow & a < 1 \\ b^2 < 1 & & b < 1 \\ c^2 < 1 & & c < 1 \\ 2abc < 1 & & abc < 0{,}5 \end{array}$$

(можем применить корень, т.к. $abc > 0$)

$\sqrt{abc} < \sqrt{0{,}5} \; / \cdot 2$

$2\sqrt{abc} < 2\sqrt{0{,}5}$

$2\sqrt{abc} < \sqrt{4 \cdot 0{,}5}$

$2\sqrt{abc} < \sqrt{2}$

Значит надо доказать, что

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geqslant \sqrt{2}.$ ~~$2\sqrt{abc}$~~

~~abc~~

$a\sqrt{(1-b)(1+b)(1-c)(1+c)} + b\sqrt{(1-c)(1+c)(1-a)(1+a)} + c\sqrt{(1-a)(1+a)(1-b)(1+b)} =$

$= \cancel{\sqrt{1+c}\sqrt{1-c}\left(a\sqrt{1-b}\sqrt{1+b} + b\right)} =$

$= \sqrt{1+c}\sqrt{1-c}\left(a\sqrt{1-b}\sqrt{1+b} + b\sqrt{1+a}\sqrt{1-a}\right) + c\sqrt{1-a}\sqrt{1+a}\sqrt{1-b}\sqrt{1+b} =$

$= \sqrt{1-c^2}\left(a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}\right) + c\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2} > \sqrt{2}.$

Пусть $b = \sin\beta$ $a = \sin\alpha$, $c = \sin\gamma$

(это возможно, т.к. $a, b, c < 1$)

Тогда

$\sin\alpha\sqrt{\cos^2\beta\cos^2\gamma} + \sin\beta\sqrt{\cos^2\gamma\cdot\cos^2\alpha} + \sin\gamma\sqrt{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta} =$

$= \sin\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma + \sin\beta\cos\gamma\cdot\cos\alpha + \sin\gamma\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta > \sqrt{2}$

не доказано что.