

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия В И Н Н И К

Имя А Л Е К С А Н Д Р

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч

Дата рождения 0 1 0 5 2 0 0 6

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 5 1 3

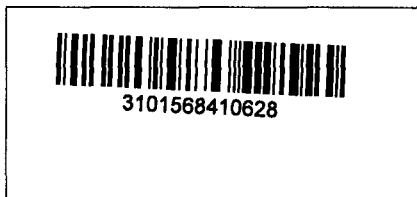
Телефон 8 9 3 0 3 0 6 0 6 1 9

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
**Заполняется участниками**

**Направление**     информатика     история     математика  
 обществознание     русский язык     физика  
 химия

**Класс**     8     9     10     11

**Город участия**    Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

**Заполняется организаторами**

Количество доп. листов                      Количество черновиков к проверке 0 2

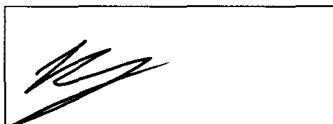
Время выхода с                      :                      до                      :

**Протокол проверки**  
**Заполняется жюри**

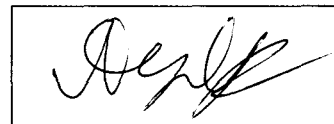
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	20	5	0					
Балл члена жюри №2	0	0	20	5	8					

**Итоговый балл**                      28

**Подпись члена жюри №1**



**Подпись члена жюри №2**



**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Бланк ответов

№2. Полож. числа  $a, b, c$  таковы, что  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ .

Док-те, что  $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$ .

Преобразуем иск. ~~в~~ ур-ние:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \quad | \cdot 100$$

$$(10a)^2 + (10b)^2 + (10c)^2 + 200abc = 100.$$

Положим  $10a = x, 10b = y, 10c = z$ , тогда ур-ние примет вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 + \frac{xyz}{5} = 100. \quad (*)$$

Из иск. ур-ния можно заметить, что  $a, b, c \in (0, 1)$ .  $a=b=0, c=1$ ?

Тогда  $x, y, z \in (0; 10)$ .

Т.к.  $x, y, z$  - положительные, то значение выражения (\*) возрастает с возрастанием переменных, однако, заменив переменные парами ( $x$  на  $y$ , а  $y$  на  $x$ ;  $y$  на  $z$ , а  $z$  на  $y$ ;  $x$  на  $z$ , а  $z$  на  $x$ ), заметим, что значение выражения не изменится, следовательно, если  $y$  ненулевой в ответе точки  $z = x = y$  типа, то впрям. будет верно. Значит, корней не более 3х.

Заметим, что, если  $x = y = z = 5$ , выражение примет вид:

$$25 + 25 + 25 + \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5} = 100$$

$100 = 100$  - верно, значит искомая точка (5; 5; 5).

Переведем её коэф. на полные ту же точку, следовательно корни един. Возвращаясь к иск. переменным, получим, тройка (a, b, c)

$$a = b = c = \frac{5}{10} = 0,5.$$

Проверим:  $0,5^2 + 0,5^2 + 0,5^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1$   
 $0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = 1$   
 $1 = 1$  - верно.

с учетом задан. Беспокойтесь много.  
Разобран этот случай

Тогда:

$$0,5 \cdot \sqrt{(1-0,5^2)(1-0,5^2)} + 0,5 \cdot \sqrt{(1-0,5^2)(1-0,5^2)} + 0,5 \cdot \sqrt{(1-0,5^2)(1-0,5^2)} =$$

$$= 1,5 \sqrt{(1-0,5^2)^2} = 1,5 \cdot |1-0,5^2| = 1,5 \cdot |0,75| = 1,5 \cdot 0,75 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{8} =$$

$$= 1,125.$$

$$2\sqrt{abc} = 2\sqrt{0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 2 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{0,5} = \sqrt{0,5} < 1.$$

~~1.108~~  
 а значит  $1,125 > \sqrt{0,5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc},$$

утверждение доказано.

№3. Составим дерево возможных расположений (рисунк 1 в верновике)  
 Если требуется поставить число, которое уже есть в кругу, то такие случаи рассматривать не будем. (дерево не приводит к цели)

Заметим, что если 4 и 6 НЕ стоят рядом, то в случаях (1) — (13), т.е. во всех возможных решениях нет (см. P.S. пер. рисунком 10).

Следовательно, методом от противного, такая ситуация (описываемая в задании) возможна тогда и только тогда, когда 4 и 6 стоят рядом (однако, если 4 и 6 стоят рядом — это не гарантирует выполнение условия; но если не стоят, то ситуация гарантированно невозможна),  $\ominus$  решение невозможно, которое не может утверждение доказать.

№1. Сумма чисел от 1 до 36:  $\frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18 = 666.$

Все числа — 12 послед. чисел:

$$x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+11) = 666 \quad \text{количество чисел 12}$$

$$12x + \frac{1+11}{2} \cdot 11 = 666;$$

$$12x + 66 = 666;$$

$$12x = 600;$$

$$x = 50.$$

Т.е. числа в строках и столбцах — числа 50, 51, 52, ..., 61.

Значит, на одной строке / на одном столбце не могут одновременно находиться 36 и  $(35, 34, 33, 32, 31, 30, \dots, 26)$ .

10 чисел

Таким образом, поставив "36" куда-либо, для вышеперечисленных чисел остается  $5 \times 5 = 25$  клеток.

Аналогично, рядом с 35 не могут одновременно на одной строке / столбце находиться  $(34, 33, 32, 31, 30, \dots, 27)$ . Поставив "35" на столбец и строку,

отличная от столбца и строки числа "36", для вышеперечисленных чисел останется  $4 \times 4 = 16$  клеток.

Бланк ответов

Аналогично, рядом с 34 не могут:  $(33, 32, 31, 30, 29, 28)$  в шес

Поставив "34" на отличную строку и столбец от чисел "36" и "35", для оставшихся 6 чисел останется  $3 \times 3 = 9$  мест.

Аналогично для 33: рядом не  $(32, 31, 30, 29)$ .

Ставим на отличную от чисел "36", "35", "34" строку и столбец и для оставшихся 4 чисел останется  $2 \times 2 = 4$  места.

Т.е. необходимо расположить числа 32, 31, 30 и 29 в квадрат  $2 \times 2$ , но тогда число 32 окажется рядом с 31 или с 30, а значит гарантированно окажется рядом с числами 31 и 30, а значит сумма двух (из шес) соседних чисел превзойдет 61.

Тогда, расположить числа 36 — 29, ~~не~~ пересекая их в строках и столбах так, чтобы сумма не превзошла 61, невозможно, а следовательно и все остальные числа расставлять нет смысла. Ситуация, опис. в условии (см. рисунок 3В черновика). невозможна.

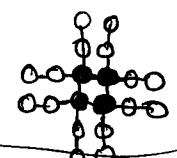
Ответ: нельзя.

№5. рисунок 2 на черновике.

№4. Обведем 4 оборота так:

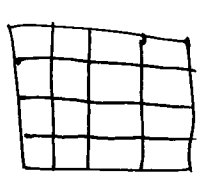
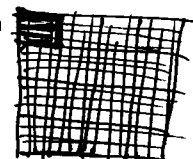
Пусть это будет «Папа-обороты».

Структурируем поле по 4 клетки:

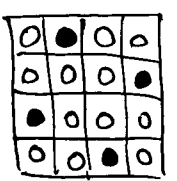


где ● — центр (точка, где стоит оборот).

Тогда в этом поле «Папа-обороты» выглядят так:



Закреть всё поле «Папами-оборотами» можно так: Верный пример.



, т.е. понадобится 4 «Папа-оборота», а значит  $4 \times 4 = 16$  оборотов. Ответ: 16.

NS. Докажи (рисунки № на черновике)!

$$NF = FA, \quad (\text{по постр. симм-но})$$

$$AE = EM$$

$$AF = AE \quad (\text{отрезки касат-ли из одной т.})$$

$$AK - \text{не доказано}$$

$$AK - \text{общая} \quad \& \quad \angle FAE \Rightarrow \angle FAK = \angle KAE$$

$$AK - \text{общая}$$

$$AF = AE$$

$$\Rightarrow NF = FA = AE = EM. \checkmark$$

$\Rightarrow \triangle AFK = \triangle AKE$  по углу и двум сторонам.

$$AO = ON$$

$$AH = HM$$

$$\Rightarrow AO = ON = AH = HM \quad (\text{по симм-ли постройкою}).$$

Тогда

$$AN = AM$$

$$\angle NAK = \angle KAM$$

$$AK - \text{общая}$$

$$\Rightarrow \triangle ANK = \triangle AKM.$$

$$AI - \text{общая}$$

$$AF = AE$$

$$\angle FAI = \angle IAE$$

$$\Rightarrow \triangle AFI = \triangle AEI \quad - \text{прямоуг.-е} \quad \therefore \angle AFI = \angle IEA = 90^\circ$$

Сид



# Бланк ответов





2.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ .

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$ ?

$a, b, c \in (0; 1)$

$(a+b+c)(a+b+c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac)$

$(10a)^2 + (10b)^2 + (10c)^2 + 200abc = 100$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 100$

$x^2 + y^2 + z^2 + \frac{xyz}{5} = 100$

пусть  $x=5$

$25 + y^2 + z^2 + yz = 100$

$y^2 + yz + z^2 = 75$

$x=y=z=5$

$a=b=c=0,5$

$0,5^2 + 0,5^2 + 0,5^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1$

$0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = 1$

$1 = 1$

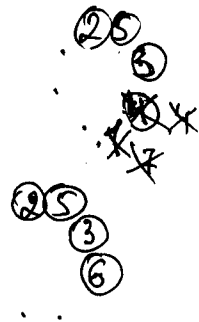
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

3.

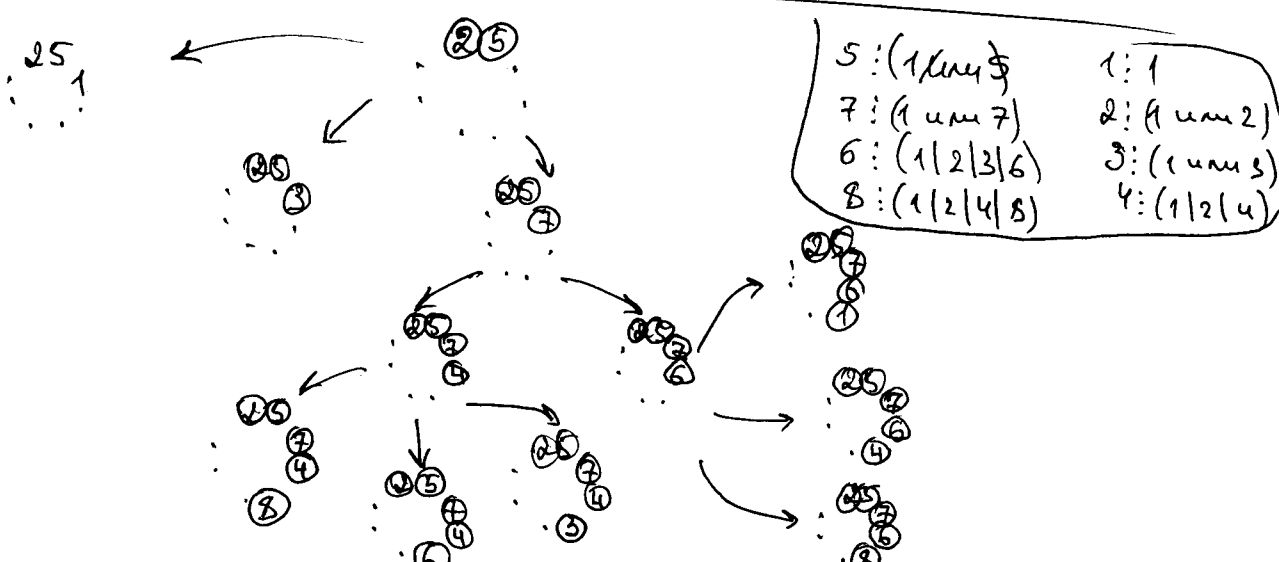


~~7 вариантов~~ ~~используя принцип Дирихле~~ ~~и т.д.~~ ~~получить~~ ~~нет~~ ~~напр.~~

~~Решение~~



Вариант 3: 5/4/6/8/7  
 Вариант 4: 7/5/6/8/4  
 Вариант 5: 8/3/6/7/5  
 7: 7/5/6/8/4



1. Сумма чисел от 1 до 36 :  $\sum_{x=1}^{36} x = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18 = \frac{296}{37} = 666$

$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+11) = 666$

$12x + \frac{1+11}{2} \cdot 11 = 12x + 66 = 666$

$12x = 600$

$x = \frac{600}{12} = \frac{100}{2} = 50$

50, 51, 52, 53, ..., 61 :  $\frac{50+61}{2} \cdot 12 = 111 \cdot 6 = 666$

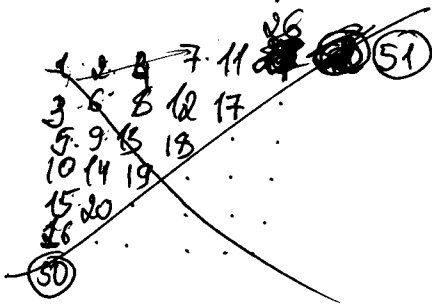
36	10	4	3	2	1	56
9						7
11						6
						8
						5
						23
						50

Рассмотрим числа от

1 до 36

так, чтобы суммы в строках и столбцах были равными от 50 до 61 включ.

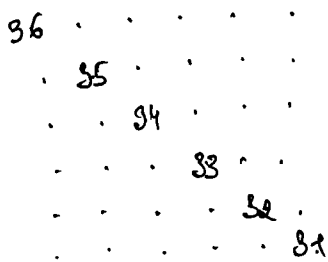
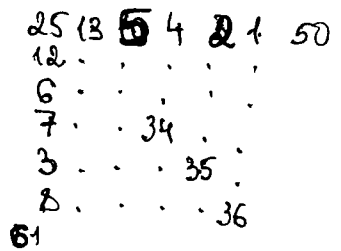
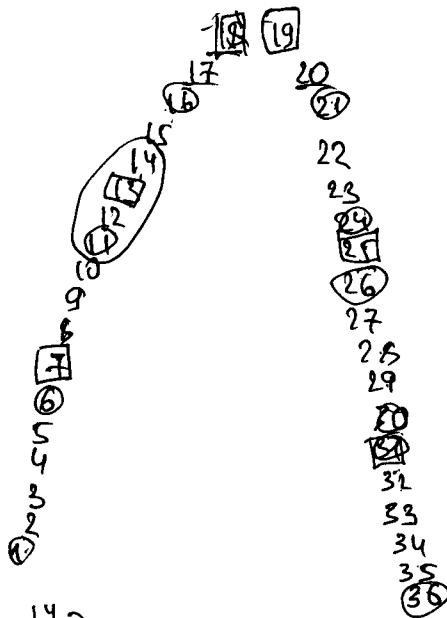
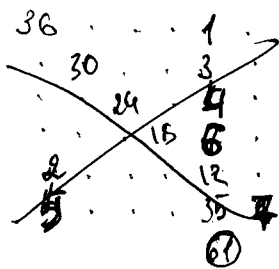
~~$36 + 35 + 34 + 33 + 32 + 31 =$~~



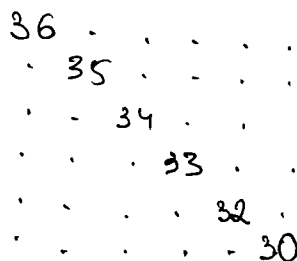
$\Delta =$   
«средняя»:  $\left[ \frac{50+61}{2} \right] = 55$

$\sim 56$

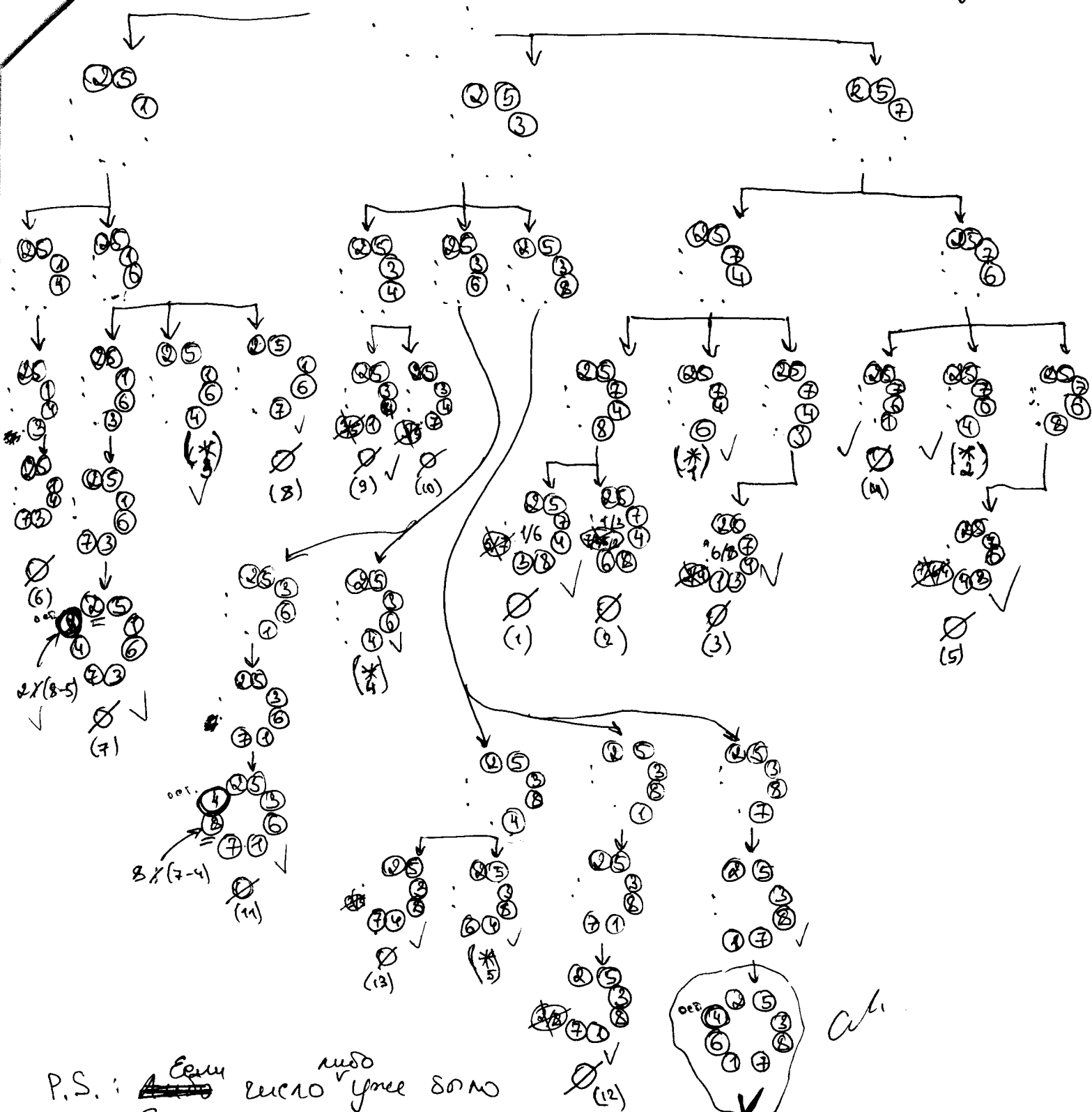
$55 - 37 = 18$



$36 + \frac{14}{25}$



(2 5)



P.S.: Если ~~число~~ число  $n$  уже было в кругу, число  $\in [1; 8], \mathbb{Z}$ , то ставлю  $\emptyset$ , т.е. нет решения.

K N1:

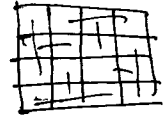
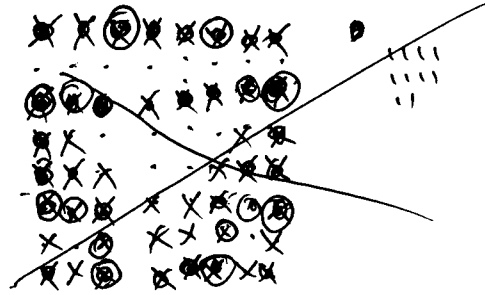
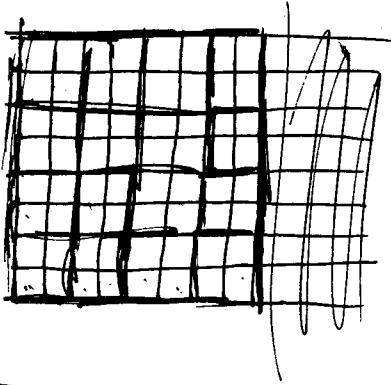
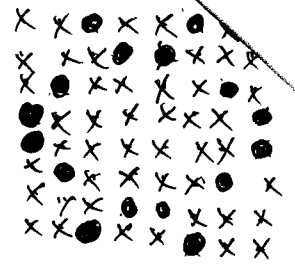
36				
	35			
		34		
			33	
				32 29
				30 31

рисунок 3 к N1.

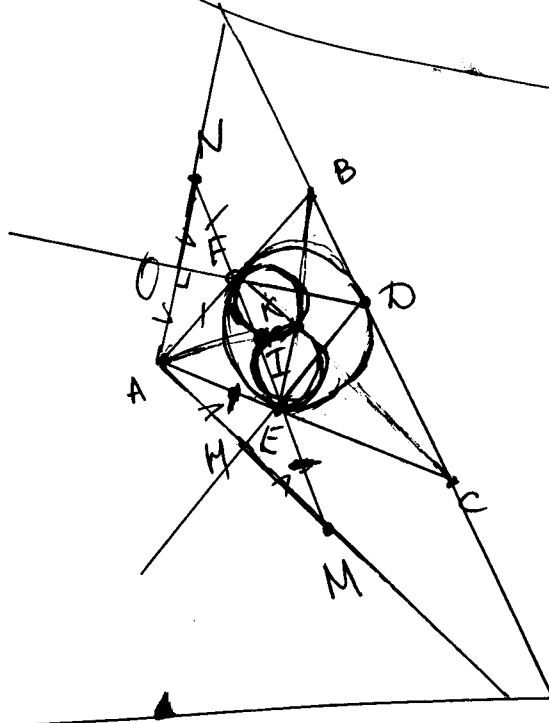
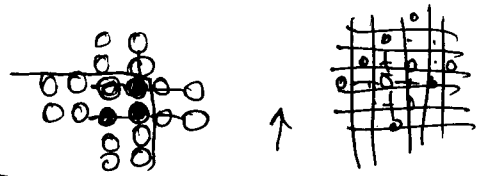
N4.  $8 \times 8 = 64$  клеток.

1 од. свет 5 клеток

Мин. возм. кол-во од. :  $\left\lfloor \frac{64}{5} \right\rfloor + 1 = 13$ .



N5



$NF = FA$ ,  $AE = EM$  (сумми.)  
 $AF = AE$  (касает. уг. равенств)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow NF = FA = AE = EM$ .  
 $\triangle AFK = \triangle AEM$ .

решение к N5.

