ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101017337696

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия КАШПУРОВ

Имя АЛЕКСЕЙ

Отчество МАКСИМОВИЧ

Дата рождения 29 03 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 459

Телефон 89995857200

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101017337696

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	–					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	–					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

1) Сумма от 1 до 36 = 37 · 18 = 666

2) Числа учитываются по 2 раза (1 раз по вертикали и 1 раз по горизонтали), тогда 666 · 2 = 1332 − 12 (сумм) − 6 по горизонтали и 6 по вертикали.

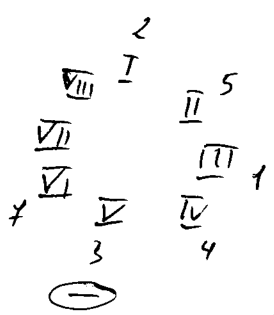
3) Если взять числа от 105 до 116 включительно, то их сумма будет равна 1326. 1326 < 1332. Возьмём числа начиная со 106 и до 117 включительно. Их сумма равна 1338. 1338 > 1332.

4) $\begin{cases} 1332 > 1326 \\ 1332 < 1338 \end{cases}$ => 1326 и 1338 − это два ~~числа~~ ближайших числа 12-ти сумм. Они не подходят. Значит числа от 1 до 36 нельзя расставить так, чтобы 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являлись 12-тью последовательными числами +

Ответ: нельзя.

Задание 3

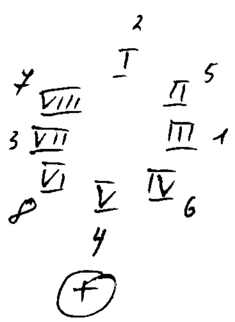
Римские цифры − порядковые номера натуральных числа от 1 до 8.



1) Известно, что 2 и 5 стоят рядом. Пусть I − 2, II − 5. Тогда III должно быть 1, 3, или 7, так как 3 − 2 = 1, 2 − 1 = 1, 7 − 2 = 5   5 : 1, 5 : 5.

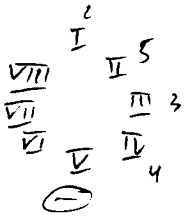
2) Если возьмём 1 на III, тогда на IV месте точно 4 или 6, т.к 5 − 4 = 1.

1. Если 4, то на V месте только 3, т.к 2 и 5 заняты. Тогда на VI − 7, на VII мы уже не можем подобрать число. ✓



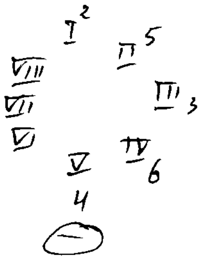
2. Если 6, то на V − 3, 4 или 7. 3 и 7 взять не можем, потому что, тогда на VI будет 5, а такого быть не может. после 3 может быть 7

Берём 4. Тогда на VI − 3, 8 или 7. Но на VIII из оставшихся может только 7. Тогда на VII только 3. И на VI − 8. Тогда вариант подходит. ✓



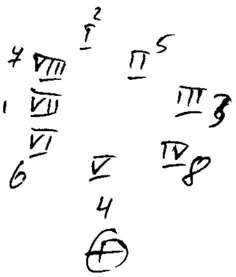
3) Если на III берём 3. Тогда на IV - 4, 6 или 8

1. на IV - 4, тогда на V - 1 или 7. Если 1, то на VI - 3 или 5, такого быть не может, если 7, то на VI - 3 или 5, а такого быть не может. √



2. На IV - 6. Тогда на V - 1 или 4. Если 1, то на VI - 7, тогда на VII - 8, а на VIII 4, но такого быть не может, т.к 7-4=3, а $8 \not\vdots 3$.

Если на V - 4, то на VI - ~~1~~ 7 или 8. ~~А такого быть не может.~~ Если VI - 7, ~~то на VII - 5~~ Тогда на VII 5 или 3, а такого быть не может. √

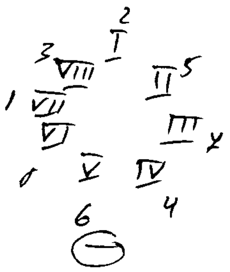


3. Если на III берём 8. То на V - 1, 4 или 7. 7 быть не может. Может

Если 1, то VI - 7. Тогда VII 4 или 6. Тогда не получится.

Если 4, то на VI - 7 ~~[illegible]~~ или 6. 7 быть не может.

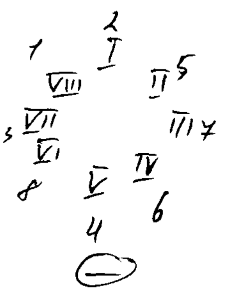
Если VI - 6. То VII - 1 или 7. Если на VII 7, то подходит.



4) Если на III берём 7, то на IV - 4 или 6.

1. Если IV - 4. Тогда на V - 3 или 6. или 8 Если V - 3. Тогда на VI - 5 или 3. А такого быть не может.

Если V - 6, то VI - 1, 3, 8. На VIII можно из оставшихся только 3. Тогда на VII - 1. А на VI 8. А такого быть не может.



2. Если на IV - 6. Тогда на V - 1 или 4. или 8 Если 1, тогда на VI 7, а такого быть не может.

Если на V 4, то на VI - 8. Тогда на VII - 3. Тогда на VIII - 1, а такого быть не может, т.к $5-1=4$ $2 \not\vdots 4$

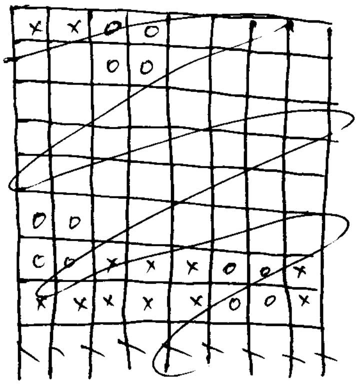
5) В двух получившихся вариантах 4 и 6 вместе, значит, если попробовать расставить натуральные числа от 1 до 8 по кругу, чтобы каждое число делилось на разность соседей, зная, что 2 и 5 стоят рядом, тогда числа 4 и 6 будут рядом.

чтд.

перебор неполный

—

Задание 4



1) $8 \cdot 8 = 64$ (кл.) - всего

5 (кл) - ~~запит~~ бьёт оберстень.

2) $64 : 5 = 12,8$, 13 - минимальное целое число - кол-во ~~волков~~ оберстней.

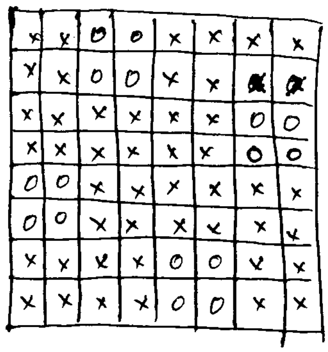


рисунок 1

о - оберстень х - атакуемая клетка

Если взять 13, 14 или 15 оберстней, то не получится ~~закрыть~~ бить все клетки доски.

не доказано

Если взять 16 оберстней и расположить их как показано на рисунке, то они будут бить все клетки

пример

~~Ответ: 16 оберстней.~~

Порядок расставления оберстней:

1) Постараться заполнить крайние полосы

2) Ставить оберстней либо рядом, либо так далеко, чтобы ~~они~~ не били одну и ту же клетку.

Получим:

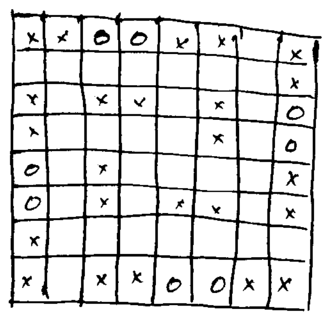


рисунок 2

3) Ставим оберстней так, чтобы они закрыли крайние линии и максимально занимали клеток.

Получим:

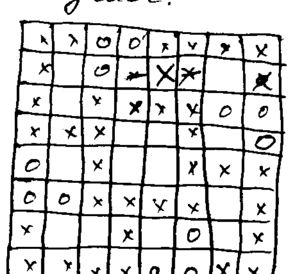


рисунок 3

4) Расставляем обезьяны, стараясь использовать минимальное их кол-во.

Получим результат как на рисунке 1

Ответ: 16 обезьяны

Задание 2

$a^2+b^2+c^2+2abc=1$

Рассмотрим конкретный пример: $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{2}$.

Тогда $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{8}=1$ - верно.

Рассмотрим неравенство: $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{8}}$

$\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{4})}+\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{4})}+\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{4})}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{8}}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\geqslant\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\geqslant\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\frac{9}{8}\geqslant\sqrt{\frac{1}{2}}$

$1\frac{1}{8}\geqslant\sqrt{\frac{1}{2}}$

верно

$1 \vee 1\frac{1}{8}$

$1<1\frac{1}{8}$

$1\vee\sqrt{\frac{1}{2}}\quad|^2$

$1\vee\frac{1}{2}$

$1>\frac{1}{2}$

$1>\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\begin{cases}1<1\frac{1}{8}\\ 1>\sqrt{\frac{1}{2}}\end{cases}\Rightarrow 1\frac{1}{8}>\sqrt{\frac{1}{2}}$

+

Доказать, что неравенство верно одним примером нельзя, но можно сказать, что существуют такие числа a, b и c, что неравенство ~~примем~~ будет верным.

ЖАЛЬ, ЧТО ЭТОГО НЕДОСТАТОЧНО

+

Бланк ответов