

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Ц Е Д Р О В

Имя Б О Г Д А Н

Отчество Р О М А Н О В И Ч

Дата рождения 1 3 0 4 2 0 0 6

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 3 3 9

Телефон 8 9 9 2 0 0 9 3 1 9 8

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
**Заполняется участниками**

**Направление**     информатика     история     математика  
 обществознание     русский язык     физика  
 химия

**Класс**     8     9     10     11

**Город участия**    Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

**Заполняется организаторами**

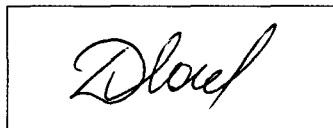
Количество доп. листов                      Количество черновиков к проверке  
 Время выхода с                      :                      до                      :

**Протокол проверки**  
**Заполняется жюри**

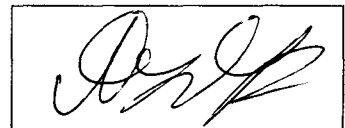
| Номер задания      | 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|----|----|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 20 | 0  | — | — |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 20 | 20 | — | — |   |   |   |   |    |

**Итоговый балл**                      50

**Подпись члена жюри №1**



**Подпись члена жюри №2**



**Пример заполнения**

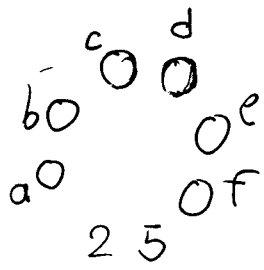
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

№3

Обозначим неиз. цифры за буквы, для простоты восприятия.



Т.к. 2 и 5 стоят рядом, то попробуем найти

число  $01$ .  $2: 1; 2 \Rightarrow \begin{cases} |01-5|=1 \\ |01-5|=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ a=4 \\ a=3 \\ a=7 \end{cases} \checkmark$

Проверим все варианты  $a$ :

1). Если  $a=3$ , то  $\Rightarrow a: 3, 1 \Rightarrow \begin{cases} |b-2|=3 \\ |b-2|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ b=-1 \\ b=3 \\ b=1 \end{cases}$

корни  $\{-1, 3, 5\}$  нам не подх, т.е  $b=1 \Rightarrow$

$b: 1 \Rightarrow |c-3|=1 \Rightarrow \begin{cases} c=4 \\ c=2 \end{cases}$  2 не подх.  $\Rightarrow c=4 \Rightarrow$

$\Rightarrow c: 4; 2; 1 \Rightarrow \begin{cases} |d-1|=4 \\ |d-1|=2 \\ |d-1|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=5 \\ d=-3 \\ d=3 \\ d=-1 \\ d=2 \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $d$  не подх., т.к.

либо  $< 0$ , либо уже используется  $\Rightarrow a \neq 3$  (ложный случай)

2). Пусть  $a=4$ , тогда  $\begin{cases} |b-2|=4 \\ |b-2|=2 \\ |b-2|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=6 \\ b=-2 \\ b=4 \\ b=0 \\ b=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=6 \\ b=3 \\ b=1 \end{cases}$  Далее решаю ур. только для чисел  $> 0$ , т.к. иные сразу не подходят.

Пусть  $b=1 \Rightarrow b: 1 \Rightarrow |c-4|=1 \Rightarrow \begin{cases} c=3 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow c=3$ , т.к. 5 не подх.

$\Rightarrow c: 3, 1 \Rightarrow \begin{cases} |d-1|=3 \\ |d-1|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=4 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $d$  нам не подх.  $\Rightarrow$

$\Rightarrow b \neq 1$ , тогда пусть  $b=3 \Rightarrow b: 3; 1 \Rightarrow |4-c|=3 \Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ c=7 \end{cases}$  Пусть  $c=1$ , тогда  $c: 1 \Rightarrow |d-3|=1 \Rightarrow \begin{cases} d=2 \\ d=4 \end{cases}$

$\Rightarrow c \neq 1 \Rightarrow$  Пусть  $c=7$ , тогда  $c: 7; 1 \Rightarrow \begin{cases} |d-3|=1 \\ |d-3|=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2 \\ d=4 \\ d=10 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $d$  не подх.  $\Rightarrow c \neq 7 \Rightarrow b \neq 3 \Rightarrow$  Единственный возможный случай  $b=6 \Rightarrow 6$  и  $4$  рядом. И факт, что этот случай выполняется, но если нам укажут в конце реш.

НАЙТИ ХОТЬ ОДИН ПРИМЕР, ТО ДОК-ВО БУДЕТ ПОЛНЫМ.

3) Пусть  $01=6$ , тогда  $a: 6; 3; 2; 1 = \begin{cases} |b-1|=6 \\ |b-2|=3 \\ |b-2|=2 \\ |b-2|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=8 \\ b=5 \\ b=4 \\ b=1 \\ b=3 \end{cases}$  неправильно

$\Rightarrow \begin{cases} b=8 \\ b=4 \\ b=1 \\ b=3 \end{cases}$  Пусть  $b=1$ , тогда  $|c-6|=1 \Rightarrow \begin{cases} c=7 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow c=7 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} |d-1|=7 \\ |d-1|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=8 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow d=8 \Rightarrow d: 8; 4; 2; 1 =$

$\Rightarrow \begin{cases} |e-8|=8 \\ |e-4|=4 \\ |e-3|=2 \\ |e-2|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e=3 \\ e=5 \\ e=11 \\ e=9 \\ e=8 \\ e=6 \end{cases} \Rightarrow e=3$ , т.к. остальные корни не годятся.

$\Rightarrow e: 3, 1 \Rightarrow \begin{cases} |f-8|=3 \\ |f-8|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f=11 \\ f=5 \\ f=9 \\ f=7 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $f$  нам не подходит.  $\checkmark$

$b \neq 1$  Пусть  $b=3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} |d-3|=7 \\ |d-3|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=10 \\ d=4 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |c-6|=3 \\ |c-6|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=9 \\ c=3 \\ c=5 \\ c=7 \end{cases} \Rightarrow c: 7; 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} |f-4|=8 \\ |f-4|=4 \\ |f-4|=2 \\ |f-4|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f=12 \\ f=8 \\ f=6 \\ f=2 \\ f=3 \\ f=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |e-7|=4 \\ |e-7|=2 \\ |e-7|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e=11 \\ e=3 \\ e=9 \\ e=8 \\ e=6 \end{cases} \Rightarrow e=8$

$\Rightarrow$  ни одно  $f$  не подходит.  $\Rightarrow b \neq 3$   $\checkmark$

Пусть  $b=8 \Rightarrow \begin{cases} |c-6|=8 \\ |c-6|=4 \\ |c-6|=2 \\ |c-6|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=14 \\ c=2 \\ c=10 \\ c=4 \\ c=8 \\ c=7 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=4 \\ c=7 \end{cases}$

Пусть  $c=4$ , тогда  $\begin{cases} |d-8|=4 \\ |d-8|=2 \\ |d-8|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=12 \\ d=4 \\ d=10 \\ d=6 \\ d=7 \\ d=9 \end{cases} \Rightarrow d=7 \Rightarrow$

$\begin{cases} |e-4|=7 \\ |e-4|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e=11 \\ e=3 \\ e=5 \end{cases} \Rightarrow e=3 \Rightarrow \begin{cases} |f-7|=3 \\ |f-7|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f=10 \\ f=4 \\ f=8 \\ f=6 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $f$  не

подходит.  $\Rightarrow c \neq 4$   $\checkmark$

Бланк ответов

Пусть  $c=7 \Rightarrow \begin{cases} |d-8|=7 \\ |d-8|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=1 \\ d=15 \\ d=9 \\ d=7 \end{cases} \Rightarrow d=1$

Прошу, не проверяйте эту задачу первой, потому что 4 стр. перебора испортят любое настроение.

~~$|e-7|=1 \Rightarrow \begin{cases} e=8 \\ e=6 \end{cases}$~~   ~~$|f-7|=6 \Rightarrow \begin{cases} f=1 \\ f=13 \end{cases}$~~   ~~$|f-7|=3 \Rightarrow \begin{cases} f=4 \\ f=10 \end{cases}$~~   ~~$|f-7|=2 \Rightarrow \begin{cases} f=5 \\ f=9 \end{cases}$~~   ~~$|f-7|=1 \Rightarrow \begin{cases} f=6 \\ f=8 \end{cases}$~~  ОТНЮДЬ! 😊

$\Rightarrow$  ни одно  $e$  не поах.  $\Rightarrow c \neq 7 \Rightarrow b \neq 8 \checkmark$

Пусть  $b=4$ , тогда  $|c-6|=4 \Rightarrow \begin{cases} c=10 \\ c=2 \end{cases}$   
 тогда  $a$  и  $b=4, 6$   $|c-6|=1 \Rightarrow \begin{cases} c=7 \\ c=5 \end{cases}$   
 случай имеет решение, но по крайней мере это единственный возможный вариант, а значит пример вополнит док-во.

4). Пусть  $a=7 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} |b-2|=7 \\ |b-2|=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=9 \\ b=3 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=3 \\ b=1 \end{cases}$

Пусть  $b=1$ , тогда  $|c-7|=1 \Rightarrow \begin{cases} c=8 \\ c=6 \end{cases}$  Пусть  $c=6$ ,

тогда  $|d-1|=6 \Rightarrow \begin{cases} d=7 \\ d=3 \end{cases}$  не поах.  $\Rightarrow c \neq 6$

Пусть  $c=8$ , тогда  $\begin{cases} |d-1|=8 \\ |d-1|=4 \\ |d-1|=2 \\ |d-1|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=9 \\ d=5 \\ d=3 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow d=3 \Rightarrow$

$\begin{cases} |e-8|=3 \\ |e-8|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e=11 \\ e=5 \\ e=9 \\ e=7 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $e$  не поах.  $\Rightarrow e \neq 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow b \neq 1$  Пусть  $b=3 \Rightarrow \begin{cases} |c-7|=3 \\ |c-7|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=4 \\ c=10 \\ c=8 \\ c=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=4 \\ c=8 \\ c=6 \end{cases} \checkmark$

Пусть  $c=4 \Rightarrow \begin{cases} |d-3|=4 \\ |d-3|=2 \\ |d-3|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=7 \\ d=5 \\ d=1 \\ d=4 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow d=1 \Rightarrow |e-4|=1 \Rightarrow \begin{cases} e=5 \\ e=3 \end{cases} \Rightarrow$

ни одно  $e$  не поах.  $\Rightarrow c \neq 4$

$\Rightarrow \begin{cases} d=9 \\ d=6 \\ d=5 \\ d=1 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow d=1 \Rightarrow |e-6|=1 \Rightarrow \begin{cases} e=7 \\ e=5 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $e$  не поах.

СМОТРИ ПОСЛЕДНИЮ СТРАНИЦУ

№ 1

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 |
| 1 |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |   |   |
| 6 |   |   |   |   |   |   |

Для начала посчитаем сумму чисел во всех строках и столбцах.

Суммарное значение всех строк равно:

$$\frac{(36+1) \cdot 36}{2} - \text{т.е. арифм. прогрессии от 1, до 36}$$

Аналогично получаем, что сумма всех чисел в столбцах:

$$\frac{(36+1) \cdot 36}{2} \Rightarrow \text{Сумма значений сумм всех строк и всех}$$

столбцов равна:  $37 \cdot 36$

Обозначим наименьшее из искомым послед. чисел за  $a_1$ , тогда:

$$37 \cdot 36 = \frac{(a_1 + a_1 + 11) \cdot 12}{2}$$

арифм. прогрессии от  $a_1$  до  $a_1 + 11$ .

Получаем:

$$2a_1 + 11 = \frac{37 \cdot 36 \cdot 2}{12} = 37 \cdot 6 \Rightarrow a_1 = \frac{37 \cdot 6 - 11}{2} \Rightarrow 37 \cdot 6 - \text{чёт числ.}$$

$$11 - \text{нечёт} \Rightarrow 37 \cdot 6 - 11 - \text{нечёт} \Rightarrow \frac{37 \cdot 6 - 11}{2} \notin \mathbb{N}, \text{ а т.к. } a_1 \text{ это}$$

сумма натуральных чисел  $\Rightarrow a_1 \in \mathbb{N} \nexists \Rightarrow a_1 \text{ не суц.} \Rightarrow$   
такой расстановки не суц.

Ответ: нельзя.

+

№

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \quad a, b, c > 0$$

→ Т.б.:

$$a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b \sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

~~Заметим, что иер. решается без отр. общности  
Рассмотрим слагаемое:~~

$$a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a \sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2}$$

Очевидно, что  $a, b, c \in (0, 1]$ , т.к. если  $a > 1$ , то из усл. суц. корня  $\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \Rightarrow$ , что  $b > 1$ , и аналогично  $c > 1$ , но тогда  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$  - не имеет реш.  $\Rightarrow a, b, c \in (0, 1]$   
Заметим, что иер. и ур. решаются б.о.о.  
Рассмотрим слагаемое:

$$a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a \sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2}$$

$$\text{Из усл. } a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow a^2 + 2abc = 1 - b^2 - c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a \sqrt{a^2 + 2abc + b^2c^2} = a \sqrt{(a+bc)^2} = a|a+bc|$$

Т.к.  $a, b, c > 0 \Rightarrow a|a+bc| = a^2 + abc$

Т.к. система решается б.о.о., то:

$$b \sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} = b^2 + abc \quad \text{и} \quad c \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = c^2 + abc \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b \sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \Rightarrow \text{получаем кер-во:}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \geq 2\sqrt{abc} \Rightarrow \text{по усл. } a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2abc \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - abc \geq 2\sqrt{abc} \Rightarrow 1 - 2\sqrt{abc} + abc \geq 0 \Rightarrow (1 - \sqrt{abc})^2 \geq 0$$



Очевидно, что  $(1 - \sqrt{abc})^2 \geq 0$  для  $\forall a, b, c$  ~~удовлетворяющих~~  
 удовлетворяющих условию  $\Rightarrow$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc} \quad \text{ЧТД.}$$

Продолжение

$\Rightarrow c \neq 6$  Пусть  $c=8$ , тогда  $\sqrt{3}$ .

$$\begin{cases} |d-3|=8 \\ |d-3|=4 \\ |d-3|=2 \\ |d-3|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=11 \\ d=7 \\ d=5 \\ d=1 \\ d=2 \\ d=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=1 \\ d=4 \end{cases}$$

Пусть  $d=1 \Rightarrow |e-8|=1 \Rightarrow \begin{cases} e=7 \\ e=9 \end{cases} \Rightarrow$  ни одно  $e$  не подходит  $\Rightarrow$

$d \neq 1$  Пусть  $d=4 \Rightarrow \begin{cases} |e-8|=4 \\ |e-8|=2 \\ |e-8|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e=12 \\ e=4 \\ e=6 \\ e=10 \\ e=7 \\ e=9 \end{cases} \Rightarrow e=6 \Rightarrow 6 \text{ и } 1$

стоят рядом. Мы перебрали все возможные случаи и осталось только найти пример.

$\begin{matrix} & 7 & 8 \\ 1 & & 3 \\ 6 & & 5 \\ 4 & 2 & \end{matrix}$ 
 - пример

ЧТД.

потерял один случай

Еще раз простите за такое решение,  
 я ничего не смог придумать :(