

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия ЕРОГОВ

Имя МАКСИМ

Отчество СТАНИСЛАВОВИЧ

Дата рождения 26 04 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория И-405

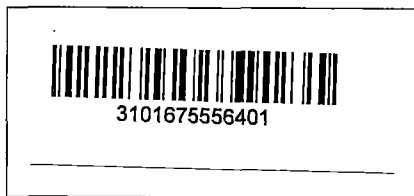
Телефон +7 9222 967573

Дата 05 02 2024

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия *ЕКАТЕРИНБУРГ*

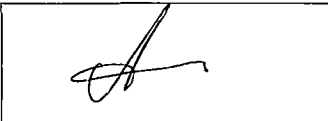
Заполняется организаторами

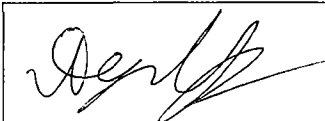
Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

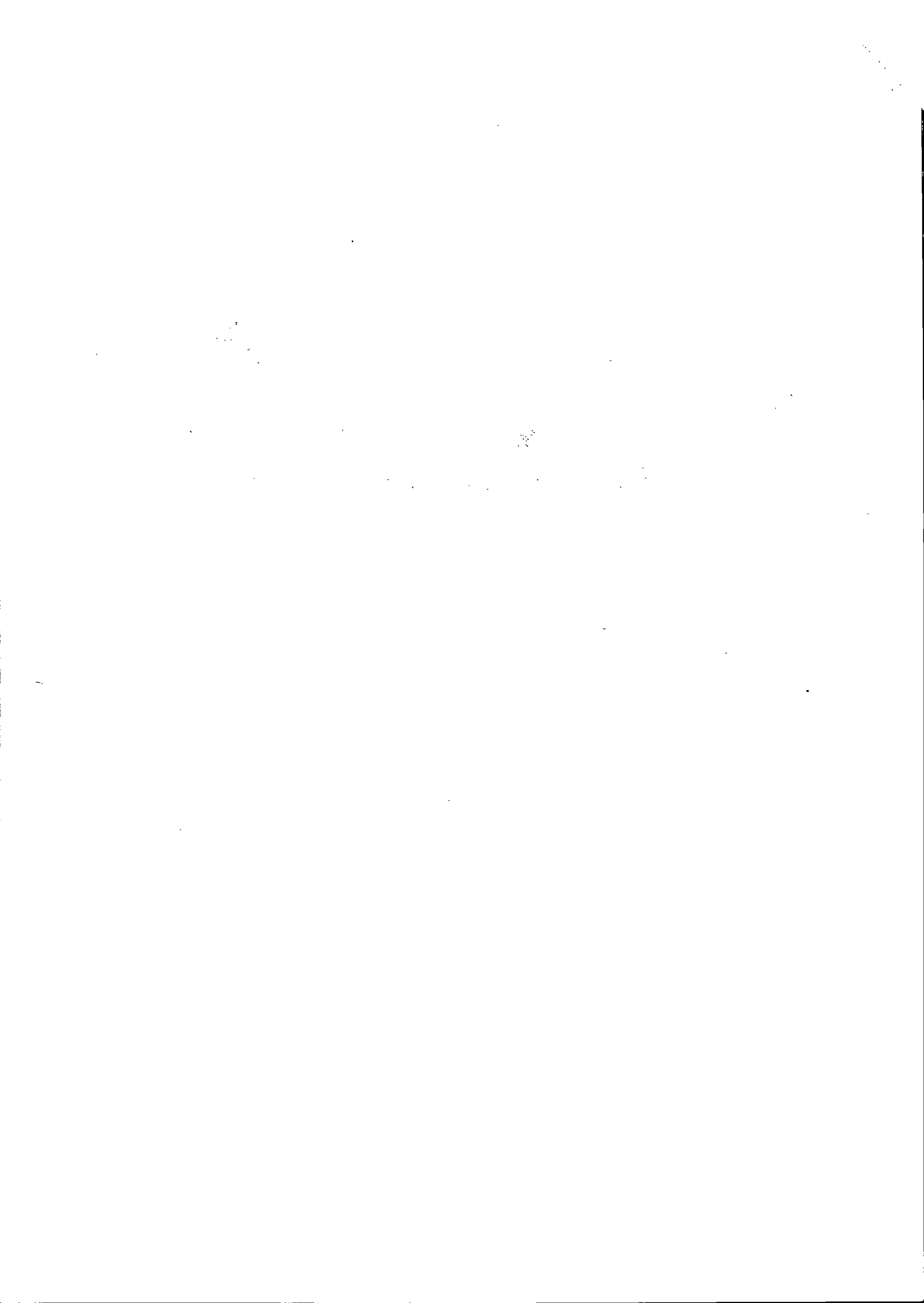
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Балл члена жюри №2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Итоговый балл *100*

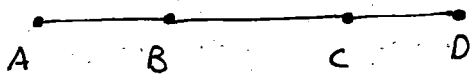
Подпись члена жюри №1 

Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задание 1.



В точке А находится Мураш, в точке В находится Настасья через 6 часов после встречи, в точке С была встреча, в точке D - Киев.

По условию, $|AB| = |CD|$. Пусть v_1 - скорость Мураша, v_2 - скорость Настасьи. Тогда $|AD| = |AB| + |BC| + |CD| =$

~~$= |BC| + 2|CD| = 6v_2 + 2v_1$. Тогда встретятся они через $\frac{6v_2 + 2v_1}{v_1 + v_2}$, где по условию $6v_2 + 2v_1 = v_1 \left(\frac{6v_2 + 2v_1}{v_1 + v_2} \right)$~~

~~Тогда $6v_2 + v_1 = \frac{6v_2 + 2v_1}{v_1 + v_2} \Leftrightarrow (6v_2 + v_1)(v_1 + v_2) = 6v_2 + 2v_1$~~

Заметим, что в задаче не задана размерность, поэтому мы можем усвоить $|AD| = 1$. Тогда

$$6v_2 + 2v_1 = 1 \quad v_1 \left(\frac{1}{v_1 + v_2} + 1 \right) = 1$$

$$6v_2 + 2v_1 = 1 \Leftrightarrow 6v_2 + 6v_1 = 1 + 4v_1 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{1 + 4v_1}{6}$$

$$\frac{6v_1}{1 + 4v_1} + v_1 = 1$$

$$6v_1 + v_1 + 4v_1^2 = 1 + 4v_1 \Leftrightarrow 4v_1^2 + 3v_1 - 1 = 0$$

$$D = \frac{9 + 16}{16} = 3^2 + 4 \cdot 4 = 25$$

$$v_1 = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{1}{4} \Rightarrow v_2 = 8 \frac{1}{12}$$

$$|AB| = |CD| = v_1 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{|AB|}{v_2} = 3$$

Так как нам просят узнать, сколько осталось, то нужно еще вычесть 1.

Ответ: 2. \neq

Задача 2.

Лемма 1. $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$

Доказательство:

Б.И.: $n=1$. \checkmark

П.И.: $\sum_{k=1}^{n+1} k = n+1 + \sum_{k=1}^n k = n+1 + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \checkmark$

Лемма 2. $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Доказательство:

Б.И.: $n=1$ \checkmark

П.И.: $\sum_{k=1}^{n+1} k^3 = (n+1)^3 + \sum_{k=1}^n k^3 = (n+1)^2 \cdot (n+1) + \frac{n^2(n+1)^2}{4} =$

$= \frac{(n+1)^2}{4} \cdot (n^2 + 4(n+1)) = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4} \checkmark$

~~Используем к задаче~~

Теперь докажем по индукции, что $a_n = n^2 a_1$

Б.И.: $n=1$ \checkmark

П.И.: Пусть $\forall k < n$ $a_k = k^2 a_1$. Тогда и.ч. $= \sum_{k=1}^n \sqrt{a_k} = \sqrt{a_n} + \sum_{k=1}^{n-1} k \sqrt{a_1} =$

$= \sqrt{a_n} + \frac{n(n-1)}{2} \sqrt{a_1}$, п.ч. $= \sqrt{\sum_{k=1}^{n-1} k^3 a_1 + n a_n} = \sqrt{\frac{n^2(n-1)^2}{4} a_1 + n a_n}$

Возведем равенство и.ч. = п.ч. в квадрат:

$(\sqrt{a_n} + \frac{n(n-1)}{2} \sqrt{a_1})^2 = \frac{n^2(n-1)^2}{4} a_1 + n a_n \Rightarrow$

$\Rightarrow a_n + n(n-1) \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_n} + \frac{n^2(n-1)^2}{4} a_1 = \frac{n^2(n-1)^2}{4} a_1 + n a_n \Rightarrow$

$\Rightarrow n(n-1) \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_n} = (n-1) a_n \Rightarrow a_n = n^2 a_1 \checkmark$

Тогда $\frac{a_{2023}}{a_1} = 2023^2 = 4092529$

Ответ: 4092529.

Задача 3.

Пусть a - изначальная сумма денег у Васи. Тогда

$$a - 229 = 1110d_1 + d_2, \quad d_1 \in \{1 \dots 9\}, \quad d_2 \in \{0 \dots 9\}$$

$$a - 458 = 1000d_3 + 111d_4, \quad d_3 \in \{1 \dots 9\}, \quad d_4 \in \{0 \dots 9\}$$

①: $d_2 = 9$

Тогда $d_4 = 0$, $a - 229 = 1000d_3 + 229 = 1110d_1 + 9 \Rightarrow d_1 = d_3 = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 2458$

② $d_2 < 9$:

Тогда $d_4 = d_2 + 1 \Rightarrow 1110d_1 + d_2 = a - 229 = 1000d_3 + 111d_2 + 111 + 229$

$\Rightarrow 111d_1 = 100d_3 + 11d_2 + 34$

$$+ \begin{array}{r} d_3 d_2 d_2 \\ 34 \\ \hline d_1 d_1 d_1 \end{array}$$

Заметим, что если $d_2 + 4 \leq 9$, то переноса не произойдет, и $d_1 = d_2 + 3 = d_1 - 1$ ~~не~~. Тогда $d_2 + 4 \geq 10 \Rightarrow d_2 \in \{6, 7, 8\}$

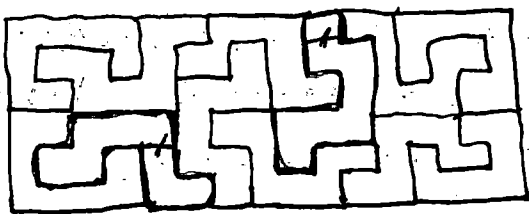
$d_2 = 6 \Rightarrow d_1 = 0$ ~~не~~

$d_2 = 7 \rightarrow d_3 = 0$ ~~не~~

$d_2 = 8 \Rightarrow d_1 = 2, d_3 = 1 \Rightarrow a = 2457$

Ответ: 2457, 2458

Задача 4.



← Прямоугольник со сторонами 6×16 из червешков и червешек.

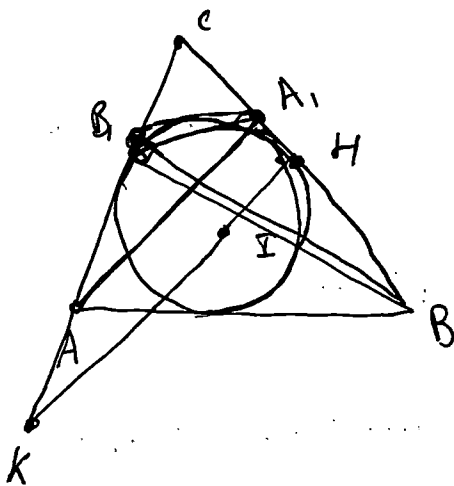
Расположим 8 таких прямоугольников вот так:



У нас получится прямоугольник со сторонами $8 \cdot 6 = 48$ и $16 \cdot 3 = 48$, то есть квадрат.

Ответ: да, существует, 48×48 , способ разрезания указан выше.

Задача 5.



Дано: $\triangle ABC$, AA_1 и BB_1 - высоты,
 A_1B_1 касается ω ,
 ω - впис. окр., H - точка касания
 BC и ω , I - центр ω , $K = (AC) \cap (HI)$
 $AB + BC + CA = 22$.

Найти: CK .

Решение: ① $HI \perp BC \cap AA_1 \perp BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow HI \parallel BC \Rightarrow \triangle AA_1H \sim \triangle SKH$ по
 как прямоугольные и с равными
 острым и углом.

② $\frac{CK}{CH} = \frac{CA}{CA_1} \Rightarrow CK = CH \cdot \frac{CA}{CA_1}$

③ Пусть $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$, $\angle ACB = \gamma$. Тогда $CH = \frac{a+b-c}{2}$,
 $\frac{CA}{CA_1} = \frac{1}{\cos \gamma} \Rightarrow CH = \frac{a+b-c}{2 \cos \gamma}$ так как H - точка касания ω с BC .

④ ABA_1B_1 описан около $\omega \Rightarrow AB + A_1B_1 = A_1B + AB_1$

~~⑤ $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C$, в.к.~~

⑤ ABA_1B_1 вписанный о.к. $\angle A_1B_1B = 90^\circ$ и $\angle AA_1B = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle CB_1A_1 = \angle CBA$ и $\angle CA_1B_1 = \angle CAB$

⑥ В \triangle как $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C$ все углы равны \Rightarrow они подобны
 с коэффициентом $\frac{CA_1}{CA} = \cos \gamma$.

⑦ $AB + A_1B_1 = A_1B + AB_1 \Leftrightarrow AB(1 + \cos \gamma) = CB - CA_1 + CA - CB_1 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow c(1 + \cos \gamma) = a(1 - \cos \gamma) + b(1 - \cos \gamma) \Leftrightarrow (a+b+c) \cos \gamma = a+b-c$

⑧ Разделим равенство $a+b-c = (a+b+c) \cos \gamma$ на $2 \cos \gamma$:
 $\frac{a+b-c}{2 \cos \gamma} = \frac{a+b+c}{2} = 11$

⑨ $CH = \frac{a+b-c}{2 \cos \gamma} = 11$

Ответ: 11

Бланк ответов

