ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101038330071

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		
Класс	☐ 8 ☐ 9	☐ 10	☒ 11
Фамилия	Филаретов		
Имя	Владимир		
Отчество	Александрович		
Дата рождения	12 07 2006		
Город участия	Екатеринбург		
Аудитория	Д3		
Телефон	89940095896		

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101038330071

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Екатеринбург

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	15	20	0	—	—					
Балл члена жюри №2	15	20	0	10	—					

Итоговый балл ~~35~~ 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 3.

Каждое число делится на разность своих соседей;
Рассмотрим, на какие числа делятся представленные числа:

1 : 1

2 : 2 ; 2 : 1

3 : 3 ; 3 : 1

4 : 4 ; 4 : 2 ; 4 : 1

5 : 5 ; 5 : 1

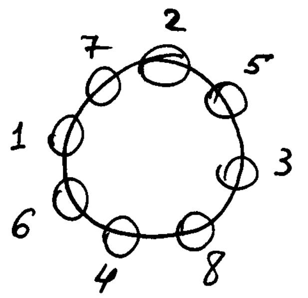
6 : 6 ; 6 : 3 ; 6 : 2 ; 6 : 1

7 : 7 ; 7 : 1

8 : 8 ; 8 : 4 ; 8 : 2 ; 8 : 1

Из вышеперечисленного можно сделать вывод, что числа 1, 2, 3, 5, 7 могут стоять только между числами, чья разность равняется этому числу, либо равняется 1.

Чтобы доказать, что 4 стоит рядом с 6, приведу пример такого круга.



Проверка:

2 : 7 − 5 ; 2 : 2 = 1

5 : 3 − 2 ; 5 : 1 = 5

8 : 4 − 3 ; 8 : 1 = 8

4 : 8 − 6 ; 4 : 2 = 2

6 : 4 − 1 ; 6 : 3 = 2

1 : 7 − 6 ; 1 : 1 = 1

7 : 2 − 1 ; 7 : 1 = 7

3 : 8 − 5 ; 3 : 3 = 1

В данном случае все числа удовлетворяют требованиям в условии ⇒ 6 стоит возле 4, что и требовалось доказать.

приведён лишь частный случай

Задание 2.

$a^2+b^2+c^2+2abc=1$

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\geq 2\sqrt{abc}$

$1-b^2=a^2+c^2+2abc$

$1-c^2=a^2+b^2+2abc$

$1-a^2=c^2+b^2+2abc$

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}=a\sqrt{(bc)^2+2abc+a^2}=a\sqrt{(a+bc)^2}=a(a+bc)=a^2+abc$

$b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)}=b\sqrt{(ac)^2+2abc+b^2}=b\sqrt{(b+ac)^2}=b(b+ac)=b^2+abc$

$c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}=c\sqrt{(ab)^2+2abc+c^2}=c\sqrt{(c+ab)^2}=c(c+ab)=c^2+abc$

$a^2+b^2+c^2+3abc\geq 2\sqrt{abc}$

Из условия: $a^2+b^2+c^2+2abc=1 \Rightarrow$

$1+abc\geq 2\sqrt{abc} \quad |\wedge^2$

$(1+abc)^2\geq 4abc$

$1+2abc+a^2b^2c^2\geq 4abc$

$1-2abc+a^2b^2c^2\geq 0$

$(1-abc)^2\geq 0$ – верно, т.к. число в квадрате всегда ≥ 0 (определение квадрата)

$\Downarrow$

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\geq 2\sqrt{abc}$

Что и требовалось доказать.

Задание 4

Поле 8×8 будет содержать наименьшее кол-во оборотней тогда, когда ни один оборотень не будет пересекаться с областью удара другого оборотня

Но в приведенном примере оборотни бьют не максимально возможное число клеток (5)

В таком случае в каждой строке и каждом столбце будет одинаковое кол-во оборотней (2)

x	x	o	o	x	x	x	x
x	x	x	x	o	o	x	x
x	x	x	x	x	x	o	o
o	o	x	x	x	x	x	x
o	o	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	o	o
x	x	x	x	o	o	x	x
x	x	o	o	x	x	x	x

← Оптимальная схема расположения оборотней

16 оборотней на ~~этой~~ таблице ⇒ наименьшее кол-во оборотней − 16

Оценка не доказана пример есть ∓

Ответ: 16

Задание 1.

~~Рассмотрим ... расположение~~

Сумма всех чисел $\Sigma = 1+2+\ldots+36 = 37\cdot 13 = 481$

$\Sigma/4$ x − первое число из последовательности сумм;

$2\Sigma =$ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ 962 − сумма ~~все~~ всех столбцов и строк

т.к. каждое число складывается дважды (в строку и столбец)

~~470 = 2...~~ арифм. ошибка, не повлиявшая на ход решения

~~x − ...~~

$962 = 12x + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$

$896 = 12x$

$896 \not\vdots 12$ (не делится нацело на 12) ⇒ такой таблицы быть не может.

Ответ: нельзя

+