

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия В А С И Л Ь Е В

Имя М А К А Р

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 0 9 1 2 2 0 0 8

Город участия И Ж Е В С К

Аудитория М Е Д И А - Ц Е Н Т Р

Телефон 8 9 5 0 8 2 3 4 1 6 2

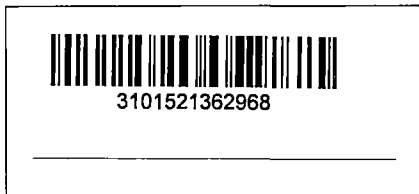
Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

ВМ

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление

<input type="checkbox"/> информатика	<input type="checkbox"/> история	<input checked="" type="checkbox"/> математика
<input type="checkbox"/> обществознание	<input type="checkbox"/> русский язык	<input type="checkbox"/> физика
<input type="checkbox"/> химия		

Класс

<input checked="" type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 11
---------------------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Город участия И Ж Е В С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке


Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри


Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	12	20	18	8	0					
Балл члена жюри №2	12	20	14	8	0					

Итоговый балл 56

Подпись члена жюри №1

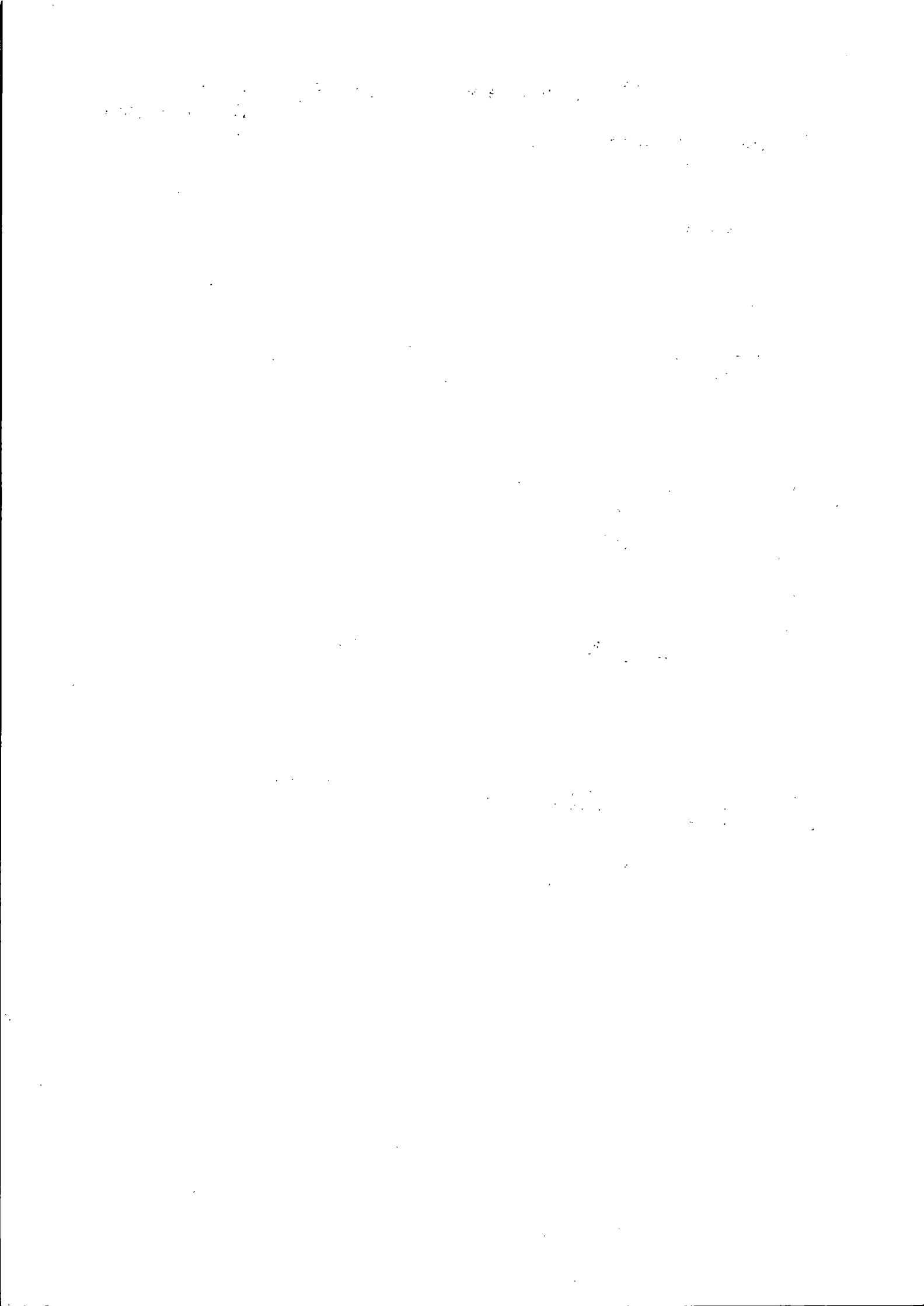


Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Задача №2. Пусть v - скорость Ильи, u - скорость Натальи,
 l - расстояние от Киева до Игумена.

$$\begin{cases} \left(\frac{l}{v+u} + 6\right)u = \frac{l}{v+u}v \\ \left(\frac{l}{v+u} + 1\right)v = l \end{cases}$$

$$\frac{lv}{v+u} + v - l = 0$$

$$l\left(\frac{v}{v+u} - 1\right) + v = 0$$

$$l = \frac{v}{1 - \frac{v}{v+u}} = \frac{v}{\frac{v+u-v}{v+u}} = \frac{v(v+u)}{u}$$

$$\left(\frac{l}{v+u} + 6\right)u = \frac{l}{v+u}v$$

$$\left(\frac{v(v+u)}{(v+u)u} + 6\right)u = \frac{v(v+u)}{(v+u)u}v$$

$$v + 6u = \frac{v^2}{u}$$

$$v^2 - vu - 6u^2 = 0$$

$$v = \frac{u \pm \sqrt{u^2 + 24u^2}}{2} = \frac{u \pm 5u}{2}$$

$$v_1 = 3u \quad v_2 = -2u \text{ (отрицательно)}$$

$$v = 3u$$

$$l = \frac{v(v+u)}{u} = \frac{3u \cdot 4u}{u} = 12u$$

$$\frac{l}{u} - \frac{l}{v+u} - 6 = \frac{12u}{u} - \frac{12u}{4u} - 6 = 12 - 3 - 6 = 2$$

Ответ: 2 часа.

✓

Задача №3.

Задача №3.

$$a^3 + \frac{1}{bc} = b^3 + \frac{1}{ca} = c^3 + \frac{1}{ab} \quad a \neq b, a \neq c, b \neq c$$

$$a^3 - b^3 + \frac{1}{bc} - \frac{1}{ca} = 0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) + \frac{1}{abc} \frac{a-b}{abc} = 0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2 + \frac{1}{abc}) = 0$$

$$a^2+ab+b^2 + \frac{1}{abc} = 0$$

аналогично:

$$a^2+ac+c^2 + \frac{1}{abc} = 0$$

$$a^2+ab+b^2 + \frac{1}{abc} - a^2 - ac - c^2 - \frac{1}{abc} = 0$$

$$b^2 - c^2 + ab - ac = 0$$

$$(ab-c)(b+c) + a(b-c) = 0$$

$$(b-c)(a+b+c) = 0$$

$$a+b+c = 0 \quad \checkmark$$

$$(a^2+ab+b^2) + \frac{1}{abc} = 0 \Rightarrow \frac{1}{abc} \leq 0 \Rightarrow abc \leq 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ abc \leq 0 \end{cases}$$

отрицательное одно или три, да или

Если $a, b, c < 0$, то $a+b+c < 0 \quad \ominus$

Если $a < 0$ (без ограничения общности), то противоречий нет.

а если $a < 0, b < 0, c > 0$? \blacksquare

Неравенство Коши:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$x^2 + y^2 + 2xy \geq 0$$

$$x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$$

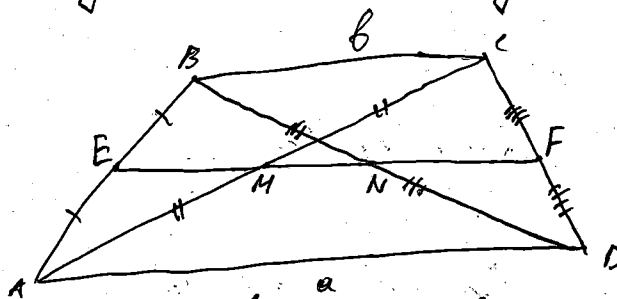
$$-2xy \leq xy \leq 2xy$$

$$-2xy \leq xy \leq 2xy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + xy + y^2 \geq 0$$

Бланк ответов

Задача №4.



Пусть $AD > BC$, без ограничения общности

Отметим середины боковых сторон трапеции E, F (см. рис.)

E, M, N, F — коллинеарны по теореме о пропорциональных отрезках
 MF и EN — средние линии.

$$EF = \frac{a+b}{2} \quad EN = \frac{a}{2} \quad MF = \frac{a}{2}$$

$$MN = EN + MF - EF = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{a-b}{2} = \text{НОД}(a; b) \end{cases}$$

60

$$\begin{cases} ab = 5040 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{cases}$$

делители 5040 по возрастанию — $\{1; 2; 3; 4; \dots; 60; 84; \dots; 2520; 5040\}$

Максимальный $\text{НОД}(a; b) = 2^{\frac{4}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{2}} = 12$ ~~или 24~~ $\Rightarrow a = 84; b = 60$.

Минимальная разность $a - b = 84 - 60 = 24$

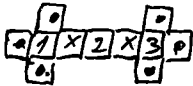
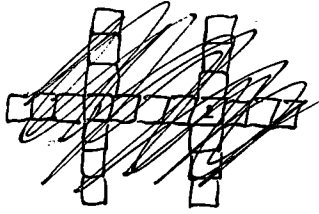
почему $\text{НОД}(a, b)$ не может быть другим?

Ответ: 84 и 60.

Задача №1.

Ответ: нет.

Контр-пример:



↑
КОНТР-ПРИМЕР.

Если выреза

Вырезаем 1, 2 и 3 клетки (сл. рас.) и получаем.

□ — не добавляются частей при вырезании, но если вырезаем □1 и □3, то отнимаем части

□2 и □X — доб. +1 часть, но если вырезаем □1 и □3, то отнимаем части.

□1 и □3 — доб. +3 части.

+ ~~12~~ 12

а если вырезать другие клетки?

Задача №5.

Задача Васи, если Петя ходит \circ , дополняет его ходы до 3, т.е. если Петя ходит на 1, то В-на 2, если Пет-на 2, то В-на 1, так \circ не скажется на "пересечении".
 Если Пет ходит Δ , то Вася повторяет ходы Пет, т.е.
 Если Пет-на 1, то В-на 1, если Пет-на 2, то В-на 1.

Ответ: Вася.

- 1) Почему Вася гарантированно победит?
 - 2) Δ на пересечении!
- ДБ.

