ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101607398867

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия КОСТЫРЕВ

Имя ИННОКЕНТИЙ

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 10 10 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ГУК 404

Телефон 89089229884

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101607398867

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0   Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	–	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	–	10	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Найдём сумму чисел от 1 до 36 : $S'_{36} = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18 =$
$= ~~10~~ 666$,

По условию должен получиться ряд: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$, где
$d = 1$

Сумма этой арифметич. прогрессии должна быть равна (если в квадрат 6×6 действительно можно расставить по-особенному числа) удвоенному ~~~~ значению S'_{36}, т.к каждая клетка квадрата учитывается дважды при нахождении горизонтальных и вертикальных сумм.

$S_{12} = 2S'_{36} = 2 \cdot 666 = 1332$

тогда получаем: $1332 = \frac{2a_1 + 1(12-1)}{2} \cdot \cancel{12}^{6}$, где $a_1 \in N$, т.к сумма нат. чисел = нат. число

$12a_1 + 66 = 1332$

$12a_1 = 1266$

$a_1 = \frac{1266}{12} = \frac{211}{2}$ – $a_1 \notin N$, что противоречит условию

Ответ: расставить подобным образом числа нельзя.

+

Задание 2.

Дано:

$a_1, a_2, \dots, a_{2023}$; $a_{2023}^2 \leq 2a_1 - 1$

Д-ть: существует i, что выполняется $1 \leq i \leq 2022$ и $a_i^2 \geq 2a_{i+1} - 1$

Д-во: квадрат числа всегда ≥ 0

$\Rightarrow a_{2023}^2 \geq 0 \Rightarrow 2a_1 - 1 \geq 0$, откуда $a_1 \geq \frac{1}{2}$

Пусть число $i =$ 2022 ; подставим во 2е доказываемое условие: (1)

$a_{2022}^2 \geq 2 \cdot a_{2022+1} - 1$; $a_{2022}^2 \geq 2 \cdot a_{2023} - 1$

$a_{2022}^2 \geq 0$, тогда $0 \geq 2a_{2023}-1$ неверный переход!

почему?

$a_{2023} \leq \frac{1}{2}$

подставим $a_{2023}=\frac{1}{2}$ в (1)

①. $a_{2022}^2 \geq 2a_{2023}-1$, $a^2 \geq 0$ $\not\Rightarrow$

$a_{2022}^2 \geq 2\cdot\frac{1}{2}-1$

$a_{2022}^2 \geq 0$ - верно

$2a_{2023}-1$ может быть как положит, так и неположит.

при $a_{2023} < \frac{1}{2}$, выражение $2\cdot a_{2023} < 1$, тогда $2a_{2023}-1<0$, значит при любых a_{2022}^2, ~~значит~~ неравенство (1) истинно $\Rightarrow$ такой ~~число~~ номер i существует ~~и равно как минимум~~ ($a_i = a_{2022}$; $i = 2022$)

ч.т.д.

Задание 4.

•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	B'	B'	B'	B'	•	•
•	•	B'	B	B	B'	•	•
•	•	B'	B	B	B'	•	•
•	•	B'	B'	B'	B'	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•

Для того, чтобы использовать минимальное число вампиров(В) фигура должна стоять там, где она ~~может быть наибольшее число клеток~~ не обязательно
Самыми выгодными позициями будут центральные, и они покроют значительную часть $\begin{smallmatrix}B&B\\B&B\end{smallmatrix}$, после можно добавить B' около центрального квадрата. Они смогут покрыть все оставшиеся клетки. Всего 16 вампиров. - наименьшее

Другого минимального числа В не существует, т.к при их сокращении или перестановке открываются свободные клетки, которые покрываются только большим или тем же числом вампиров

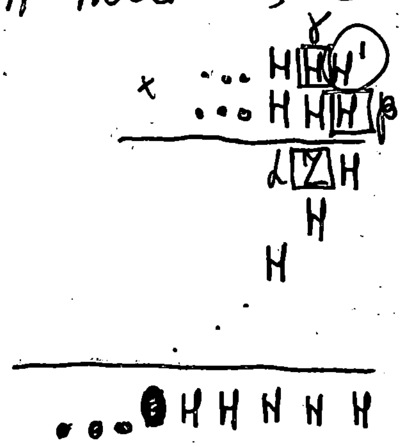
пример верный

Ответ: 16 вампиров.

Бланк ответов

Задание 5.

1) На конце произведения ав всегда Н-число, т.к $\overline{H_1}\cdot\overline{H_2}=\overline{H_3}$
(Н - нечетное, Ч - четное)



2. Каждый последующий разряд при ~~умножении на Н' даст Н-число~~

почему?

3. ячейка α□ обязана быть чётной
т.к Ч + Н = Н, а Н + Н = Ч

4. ячейка □β ≠ 1, т.к при □β = 1
противоречие условию 3.
(или Н' ≠ 1 без ограничения общности)

5. □β ≠ 3, в то время как Н' = 5, иначе противоречие к 3.

Бланк ответов