ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101778897865

Титульный лист

Направление [x] информатика [ ] история [ ] математика [ ] обществознание [ ] русский язык [ ] физика [ ] химия

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия АЛЕКСЕЕВА

Имя ИННА

Отчество МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 12 06 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория И-503

Телефон 89014393701

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101778897865

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	24	00	23						
Балл члена жюри №2	25	24	00	23						

Итоговый балл 072

Подпись члена жюри №1 Шло

Подпись члена жюри №2 Шаб

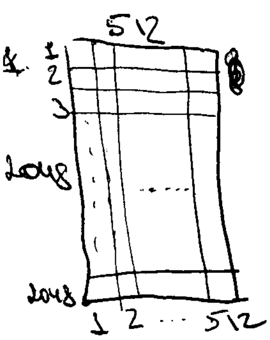
Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

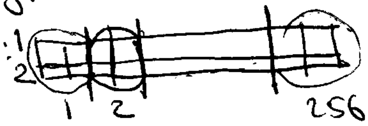
Бланк ответов

№1

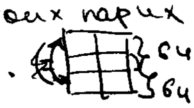


Пронумеруем столбцы и строки как показано на рис

1. Заметим, что 1 и вторая строка разбиваются на $\frac{512}{2}$ квадратов (2×2), которые идут подряд начиная с 1 столбца:



2. Заметим, что для пары клеток из одного квадрата стоящих в 1 строке, их сумма равна сумме клеток, стоящих под ними в 3 строке, т.к. для обоих пар их сумма с клетками во 2 строке равна 64.



3. Аналогично суммы пар клеток в 4 строке равна суммам во 2-й.

$\Downarrow$

сумма чисел во 4 строке равна сумме чисел во 2 и равна $64 \cdot 256 - S$, где S - сумма чисел в 1 строке.

4. Таким образом аналогично получим, что сумма цифр в последней строке так же равна $64 \cdot 256 - S$. $\Rightarrow$ сумма чисел в 1 и 2048 строках равна $64 \cdot 256 - S + S = 64 \cdot 256$

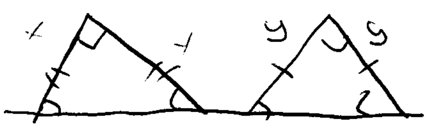
5. Рассмотрим сумму в 1 и 2 столбце без 1 и последней строки. Аналогично рассуждению со строками, сумма 1 и последнего столбца равна $64 \cdot \frac{2048-2}{2} = 64 \cdot 1023$

1 и 2048 стр

(+) 25∫

Ответ: сумма по периметру равна $64 \cdot (1023 + 256)$

№2



1. Т.к. угол в р/б треугольниках равен 45, оставшийся их угол равен 90.
2. Пусть сторона первого − x, а второго − y.
3. S первого треуг равна $\frac{x^2}{2}$; а второго − $\frac{y^2}{2}$. их суммарная площадь − $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{1}{2}(x^2+y^2) \geq \frac{1}{2}(2xy) = xy$
4. x^2+y^2 − минимально если $x = y$ при фикс. сумме $x+y$

~~Докажем: пусть у нас есть x_1 и y_1 такие что $x_1^2+y_1^2$ минимально $x_1 < y_1$ и $x_1+y_1 = x+y$~~
~~Без огр. общности. Сравним $x_1^2+y_1^2$ и $(x_1 - x_1 + \frac{1}{2}))^2 + (y_1 - y$~~

4. x^2+y^2 – min когда $x=y$ если $x+y$ – фикс.

Пусть $x+y=S$.

Рассмотрим любые x_1 и y_1 такие, что $x_1<\frac{S}{2}$; $y_1>\frac{S}{2}$

т.к. $x_1+y_1=S$:

$$\frac{S}{2}-x_1=y_1-\frac{S}{2}=\alpha$$

Докажем, что $x_1^2+y_1^2>(x_1+\alpha)^2+(y_1-\alpha)^2$

$$\cancel{x_1^2}+\cancel{y_1^2}>\cancel{x_1^2}+2x_1\alpha+\alpha^2+\cancel{y_1^2}-2\alpha y_1+\alpha^2$$

$$0>\alpha(2x_1-2y_1+2\alpha)$$

$$0>\alpha(x_1+\alpha-y_1)$$

$$x_1+\alpha=\frac{S}{2}<y_1\Rightarrow x_1+\alpha-y_1<0;\ \alpha>0$$

$\Downarrow$

неравенство верно $\Rightarrow$ не существует x_1 и y_1 таких, что $x_1^2+y_1^2<\frac{S^2}{4}+\frac{S^2}{4}$

3. ~~Условие~~ Из п. 4 следует, что сумма x^2+y^2 min если $x=2048$ и $y=2048$

Тогда $\min S=\frac{1}{2}(2048^2+2048^2)$

Ответ: $\frac{1}{2}(2048^2+2048^2)$

+ 24 б

№4

Пусть $X=p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}$, где p – простые мн. числа

X; α – их степень вхождения и $p_i\neq p_j$ для $i\neq j$

~~Заметим~~ Если $ab=X$, то суммарное вхождение каждого числа p_i в a и b равно α_i. $(a,b)=1\Rightarrow$ a или b $\vdots\ p_i^{\alpha_i}$, но оно не делится на $p_i^{\alpha_i+1}$.

$\Downarrow$

~~Кол-во чисел имеют~~ красота числа X – 2^n, где n – кол-во различных простых множителей, т.к. на каждое из них полностью делится одно из 2х чисел a или b.

П. 1: $101=101^1$; оно простое $\Rightarrow$ его красота – 2^1.

Ответ: 2 + 4 б

П2: красота числа максимальна когда в него входит наибольшее кол-во простых чисел. Если в число входит хотя-бы 4 простых числа,

* при 4 простые числа

оно не меньше, чем $2\cdot3\cdot5\cdot7 = 2100$.

$2100 > 1024$

$\Downarrow$

в числе не больше 3 простых делителей!

например: $2\cdot3\cdot5 = 30$

красота такого числа — $2^3 = 8$

Ответ: 8

+ 19б

№3

Пусть ~~цвета~~ фишки — шары, а лунки — перегородки.

Расставим перегородки лунки так, что они будут отсекать кол-во шаров соответствовало кол-ву фишек в лунке.

некоторые лунки могут быть пустыми; достаточно расставить ~~23~~ 23 перегородки, т.к. кол-во шаров в последней лунке определяется однозначно.

$\Downarrow$

Кол-во способов: $C_{18+1}^{24-1} = C_{19}^{23}$

Будем выбирать сколько из лунок будут не пустыми. Их может быть от 1 до 18. Для каждых таких лунок, если мы выбрали n непустых есть C_{17}^{n-1} способ распределения фишек между шаров и перегородок.

Тогда всего способов ~~выбрать~~ расставить фишки:

$C_{24}^1\cdot C_{17}^0 + C_{24}^2\cdot C_{17}^1 + \dots + C_{24}^{18}\cdot C_{17}^{17}$

Ответ: $C_{24}^1\cdot C_{17}^0 + C_{24}^2\cdot C_{17}^1 + \dots + C_{24}^{18}\cdot C_{17}^{17}$

−

Бланк ответов