ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101607891467

Титульный лист

Направление	■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ■ 9 ☐ 10 ☐ 11
Фамилия	ЕРОГОВ
Имя	МАКСИМ
Отчество	СТАНИСЛАВОВИЧ
Дата рождения	26 04 2008
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	И-405
Телефон	+79222967573
Дата	05 02 2024
Подпись	

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101607891467

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ■ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	24	25	24						
Балл члена жюри №2	25	24	25	24						

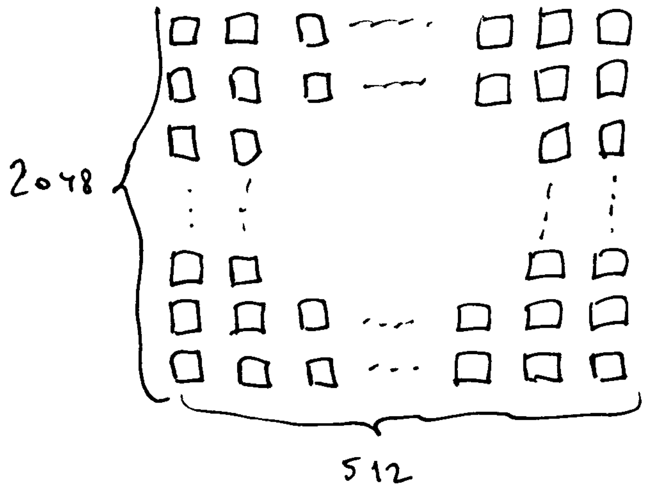
Итоговый балл 098

Подпись члена жюри №1 Шю

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

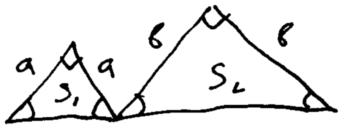
Задание 1.



Рассмотрим два прямоугольника: саму таблицу 512×2048 и таблицу с вырезанными клетками по периметру. Первая из них разбивается на $256 \cdot 1024$ квадратов 2×2, так как обе стороны четные, а вторая аналогично разбивается на $255 \cdot 1023$ квадратов 2×2. Тогда $\Sigma_{первой} = 256 \cdot 1024 \cdot 64$, $\Sigma_{второй} = 255 \cdot 1023 \cdot 64$, а $\Sigma_{периметра} = \Sigma_{первой} - \Sigma_{второй} = 64 \cdot (256 \cdot 1024 - 255 \cdot 1023) = 64 \cdot (256 + 1024 - 1) = 64 \cdot 1279 = 81856$ + 25

Ответ: 81856

Задание 2 Если поверхность Земли НЕ ~~не~~ поверхность гор



По условию $2a + 2b = 4096 \Leftrightarrow a + b = 2048$

$S_1 = \frac{a^2}{2}$ $S_2 = \frac{b^2}{2}$

+ 24 ƒ

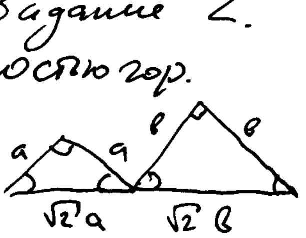
Необходимо найти $\min\limits_{a+b=2048} \frac{a^2+b^2}{2}$.

$$\frac{a^2+b^2}{2} = \frac{a^2+b^2+2ab+a^2+b^2-2ab}{4} = \frac{1024^2 + (a-b)^2}{4} \geq 512^2$$

Отсюда находим, что $\min = 512^2$ и он достигается при $a = b = 1024$

Ответ: ~~м~~ 262144

Задание 2. Если поверхность Земли ~~считается~~ считается поверхностью гор.



По условию $2a + \sqrt{2}a + 2b + \sqrt{2}b = 4096$, т.е. $a + b = \frac{4096}{2+\sqrt{2}}$. $S_1 = \frac{a^2}{2}$, $S_2 = \frac{b^2}{2}$, Необходимо найти $\min\limits_{a+b=\frac{4096}{2+\sqrt{2}}} \frac{a^2+b^2}{2} = \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{4} = \frac{1024^2}{(2+\sqrt{2})^2} + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

Задание 2. Если поверхность Вашей считается поверхностью гор. Продолжение

$$\min_{a+b=\frac{2048}{2+\sqrt{2}}} \frac{a^2+b^2}{2} = \min \frac{1024^2}{(2+\sqrt{2})^2} + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

Отсюда видим, что $\min = \frac{524288}{3+2\sqrt{2}}$ и достигается при $a=b=\frac{1024}{2+\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{524288}{3+2\sqrt{2}}$

Задание 3.

Выложим сначала фишки из первой лунки в ряд, добавим в конец ряда перегородку, потом из второй, потом перегородку, ..., 23-ю перегородку, 24-ю лунку. Тогда как бы не лежали вначале фишки, сейчас у нас будут лежать ~~40~~ 41 фигура. 18 фишек и 23 перегородки. Теперь пусть у нас лежат в ряд 18 фишек и 23 перегородки. Положим в первую лунку все фишки перед первой перегородкой, во вторую все между первой перегородкой и второй, и так далее. Тогда у нас получится какой-то способ разместить фишки по лункам.

Тогда способов разместить фишки по лункам столько же, сколько способов разместить в ряд 23 перегородки и 18 фишек. Таких способов, как известно, $C_{41}^{23} = \frac{41!}{18!\,23!}$ Ответ: $\frac{41!}{18!\,23!}$ + 25 б

Задание ~~4~~ 4.

Пусть $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ — каноническое разложение n на простые. Пусть ~~a~~ $a \vdots p_i$. Тогда $b \not\vdots p_i$. Но $v_{p_i}(a) + v_{p_i}(b) = v_{p_i}(n) = \alpha_i$. Тогда $v_{p_i}(a) = \alpha_i$. Тогда каждый множитель вида $p_i^{\alpha_i}$ целиком входит либо в a ~~a b~~ либо в b. Тогда есть 2^k способов распределить их по a и b. ~~Д~~ Докажем, что среди первых 1024 натуральных чисел нет числа с $k \geqslant 5$

~~Б~~ Задание 4. Продолжение.

Пусть $n = p_1^{\alpha_1} \ldots p_k^{\alpha_k} \underset{\alpha_i \geq 1}{\geq} \prod_{i=1}^{k} p_i \underset{k \geq 5}{\geq} \prod_{i=1}^{5} p_i \underset{\text{первые 5 простых}}{\geq} 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310 > 1024$. Противоречие.

У числа 101 1 простой делитель, так как 101 простое $\Rightarrow$ красота $101 = 2$.

У числа $210 < 1024$ 4 простых делителя $\Rightarrow$ красота $210 =$
$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$= 16$ и $\forall n \leq 1024$ $k \leq 4 \Rightarrow$ красота $n \leq 16$.

1) Ответ: 2.

2) Ответ: 16.

(+) 2 4 8

Бланк ответов