

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия К А Н А Т О В А

Имя В Е Р А

Отчество А Р К А Д Ь Е В Н А

Дата рождения 1 8 1 1 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И - 5 0 8

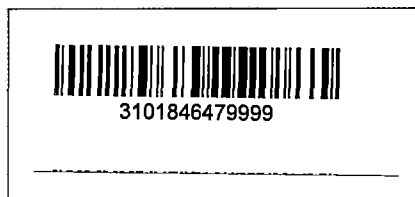
Телефон 8 9 0 8 9 2 0 8 8 3 6

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с : до :

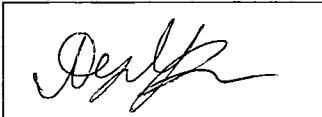
Протокол проверки

Заполняется жюри

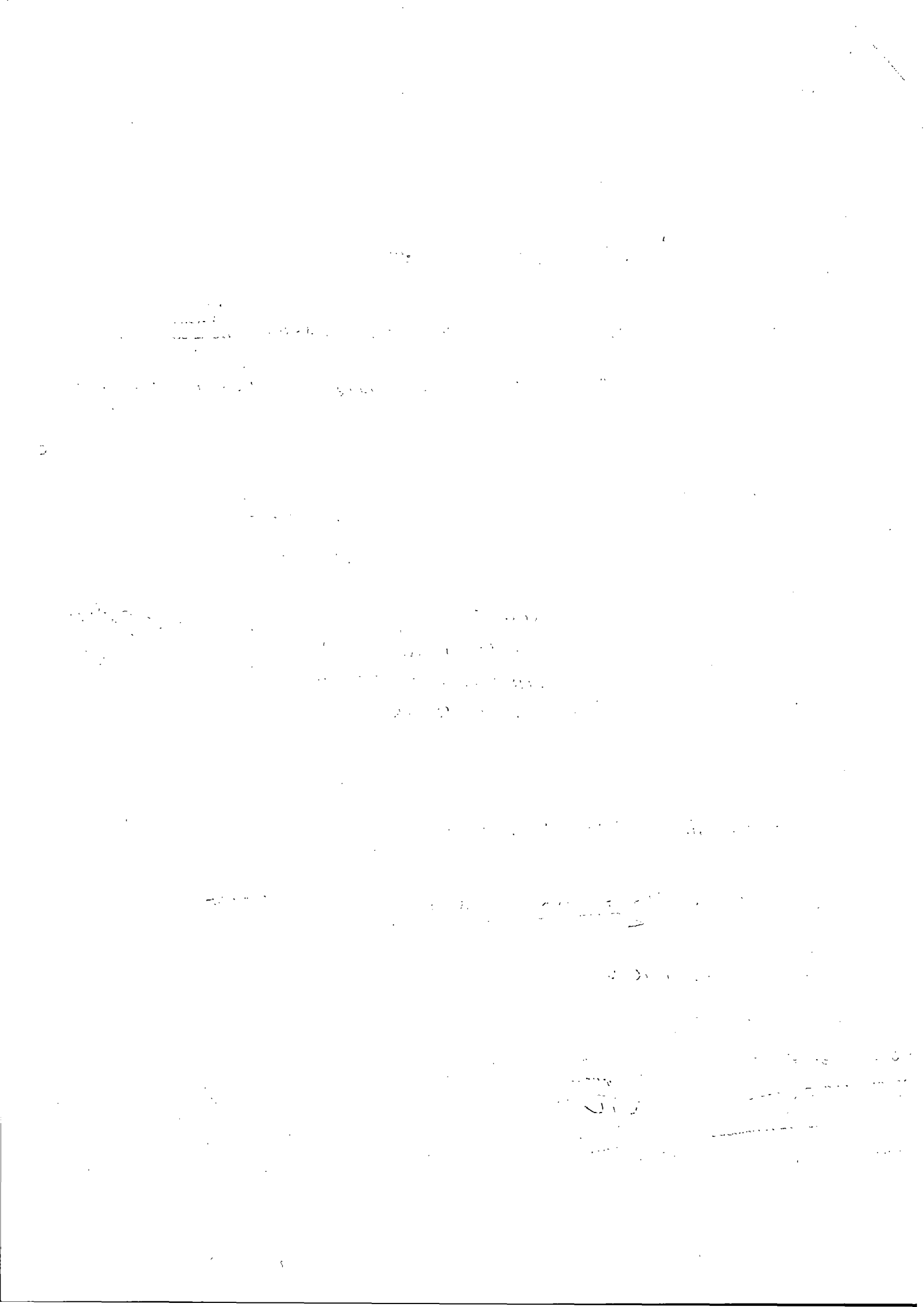
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	18	20	0	0	0					

Итоговый балл 38

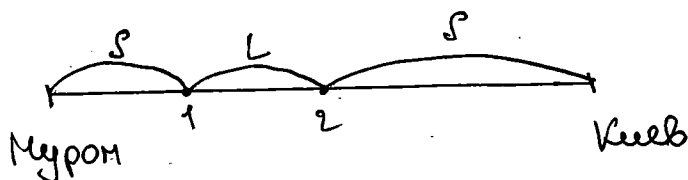
Подпись члена жюри №1


Подпись члена жюри №2


Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1.



На рисунке схема обозначим за 2-место встречи Илья Муромец и Настасья Микулишна, за 1-место, где находилась Настасья Микулишна перед тем время, как Илья Муромец пошел в Киев из места встречи.

Расстояние от Мурома до 1- S .

Расстояние от 1 до 2- L .

Расстояние от 2 до Киева по условию тоже равно S .

n - время, через которое герои встретились.

По условию за 1 час Илья Муромец проходит S за 1 час, а $S+L$ за n часов. $\Rightarrow L$ он проходит за $n-1$ час. $\Rightarrow S = v_{И} \cdot 1, L = v_{И} \cdot (n-1)$.

По условию Настасья Микулишна за 6 часов проходит L , S - за n часов $\Rightarrow S = v_{Н} \cdot n, L = v_{Н} \cdot 6$.

$$S = v_{И} \cdot n = v_{И} \cdot 1 \Rightarrow \frac{v_{И}}{v_{Н}} = \frac{1}{n} \quad (1)$$

$$L = v_{И} \cdot 6 = v_{Н} \cdot (n-1) \Rightarrow \frac{v_{И}}{v_{Н}} = \frac{n-1}{6} \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) следует, что $\frac{1}{n} = \frac{n-1}{6} \Rightarrow n(n-1) = 6$

$$n^2 - n - 6 = 0$$

по формулам Виета

$$n_1 + n_2 = 1$$

$$n_1 \cdot n_2 = -6$$

можно подбирать корни, $n_1 = 3, n_2 = -2$ (не подходит, т.к. $n \geq 0$, потому что время всегда неотрицательное). $\Rightarrow n = 3$.

Настасья Микулишна осталось пройти расстояние S , которое она проходит за $n \Rightarrow$ ей осталось ^{идти} 3 часа.

Не учтено, что необходимо найти время уже после того, когда Илья Муромец будет на месте.

Задача 2.

~~$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \dots + \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + \dots + a_n}$$~~

~~Возведём~~

~~возведём равенство в квадрат~~

~~$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + 2\sqrt{a_1 a_2} + 2\sqrt{a_1 a_3} + \dots + 2\sqrt{a_{n-1} a_n} = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n$$~~

~~$$2\sqrt{a_1 a_2} + 2\sqrt{a_1 a_3} + \dots + 2\sqrt{a_{n-1} a_n} = a_2 + 2a_3 + \dots + (n-1)a_n$$~~

~~Перенесём все слагаемые вида $2\sqrt{a_i \cdot a_n}$, где i от 1 до $n-1$ в правую часть. Тогда $(a_i + 2\sqrt{a_i a_n} + a_n) = (a_i - a_n)^2$. Обозначим сумму таких квадратов как S_{n-1} .~~

~~$$2\sqrt{a_1 a_2} + 2\sqrt{a_1 a_3} + \dots + 2\sqrt{a_{n-2} a_{n-1}} = a_3 + 2a_4 + \dots + (n-3)a_{n-1} + S_{n-1}$$~~

Рассм. равенство по следовательности при $n=2$

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} = \sqrt{a_1 + 2a_2}$$

$$(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})^2 = a_1 + 2a_2$$

$$a_1 + 2\sqrt{a_1 a_2} + a_2 = a_1 + 2a_2$$

$$2\sqrt{a_1 a_2} = a_2$$

$$4a_1 a_2 = a_2^2$$

$$4a_1 = a_2$$

Заметим, что $a_i = \frac{1}{2^i} \cdot a_1$, где $i \in [2; 2023]$.

Докажем по индукции

База индукции при $n=2$ мы проверили

Предположим, что при каком-то $n=k$ $i=k$ и $i \in [2; k-1]$.

~~$$a_k = \frac{1}{2^k} \cdot a_1 \quad a_k = k^2 \cdot a_1 \quad a_i = i^2 \cdot a_1$$~~

Докажем для $i=k+1$.

~~$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \dots + \sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + \dots + k a_k + (k+1) a_{k+1}}$$~~

~~Всё $a_i = a_1$~~

~~a_2, \dots, a_k представим в виде $2^2 \cdot a_1, 2^3 \cdot a_1, \dots, 2^k \cdot a_1$~~

~~Применим эти равенства к выражению~~

~~$$\sqrt{a_1} +$$~~

~~a_2, \dots, a_k представим в виде $2^2 a_1, 3^2 a_1, \dots, k^2 a_1$.~~

~~Применим эти равенства к выражению~~

~~$$\sqrt{a_1} + \sqrt{2^2 a_1} + \sqrt{3^2 a_1} + \dots + \sqrt{k^2 a_1} + \sqrt{a_{k+1}} = \sqrt{a_1 + 2^3 a_1 + \dots + k^3 a_1 + a_{k+1} \cdot (k+1)}$$~~

~~$$\sqrt{a_1} + 2\sqrt{a_1} + \dots + 3\sqrt{a_1} + \dots + k\sqrt{a_1} + \sqrt{a_{k+1}} = \sqrt{a_1(1+2^3+\dots+k^3) + a_{k+1}(k+1)}$$~~

~~$$\sqrt{a_1}(1+\dots+k) + \sqrt{a_{k+1}} = \sqrt{a_1(1+2^3+3^3+\dots+k^3) + a_{k+1}(k+1)}$$~~

~~$1+2^3+3^3+\dots+k^3 = (1+2+3+\dots+k)^2$ по формуле суммы чисел от 1 до k . \checkmark~~

Бланк ответов

$$\sqrt{a_1(1+\dots+k)} + \sqrt{a_{k+1}} = \sqrt{a_1(1+\dots+k)^2 + a_{k+1} \cdot (k+1)}$$

Возведём в квадрат

$$a_1(1+\dots+k)^2 + 2(1+\dots+k)\sqrt{a_1 a_{k+1}} + a_{k+1} = a_1(1+\dots+k)^2 + a_{k+1} \cdot (k+1)$$

$$2(1+\dots+k)\sqrt{a_1 a_{k+1}} = (k+1)a_{k+1}$$

$$k(k+1)\sqrt{a_1 a_{k+1}} = (k+1)a_{k+1}$$

Возведём в квадрат

$$k(k+1)\sqrt{a_1 a_{k+1}}$$

$$k(k+1) \cdot \sqrt{a_1 a_{k+1}} = k \cdot a_{k+1}$$

Возведём в квадрат

$$(k+1)^2 a_1 a_{k+1} = a_{k+1}^2$$

$$a_{k+1} = a_1 \cdot (k+1)^2 - \text{доказано.}$$

Значит, $a_{2023} = 2023^2 \cdot a_1 \Rightarrow \frac{a_{2023}}{a_1} = 2023^2$

+

№3.

а1а2а3а4

Перебор

1) $a_4 = 9$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \text{а1а2а3а4} \\ \quad \text{229} \\ \hline \quad \text{000} \end{array}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{r} \text{а1а2а3} \\ \quad \text{558} \\ \hline \quad \text{111} \end{array}$$

458?

Дальнейшее рассуждение не будет верным из-за 558.

~~① Мы ничего не занимаем у а3.~~

② Мы ничего не занимаем у а3, \Rightarrow При этом мы должны получить, что $a_3 - 5 = 1$, по условию, ~~это~~ Если мы будем занимать, то мы получим минимум $5 \frac{5}{10-5}$ а значит $a_3 = 6$. Мы не занимаем у а2 и, проделав аналогичные рассуждения, можно сделать вывод, что $a_2 = 6$.

③ Тогда если $a_1 = 6, a_2 = 6, a_3 = 6, a_4 = 9$, то раз первые 3 цифры должны быть равны, т.е. $a = 6 - 2 = 4 \Rightarrow$ число 4669.

2) $a_4 = 8$

$$\begin{array}{r} \text{а1а2а3} \\ \quad \text{558} \\ \hline \quad \text{000} \end{array}$$

Тогда a_2 и a_3 равны 5 (если \otimes мы будем занимать, то минимум - 5, $10-5$). Тогда ~~а1558~~ 229

$$\begin{array}{r} \text{а1558} \\ \quad \text{229} \\ \hline \quad \text{329} \end{array}$$

2 и 3 цифра не совпадают $\Rightarrow a_4 \neq 8$.

Если $a_4 \in \{7\}$, то мы точно будем занимать у $a_3 \rightarrow a_3$ и a_2 не могут быть равны

$a_4 = 7$

$$\begin{array}{r} a_1 a_2 a_3 7 \\ - \quad 5 \quad 5 \quad 8 \\ \hline \quad 9 \quad 9 \quad 9 \end{array} \quad \text{Здесь}$$

~~$9+5=14$~~

Здесь мы уже занимаем у a_3 .

~~$9+5=14 \Rightarrow$ мы занимали у a_2 .~~

~~Тогда $a_3=5$.~~

$\Rightarrow a_3=5$ (до того как заняли было 5, после 4, занимаем, получаем 14).

Раз мы заняли у a_2 , то аналогичными рассуждениями приходим к тому, что $a_2=5$.

$$\begin{array}{r} a_1 5 5 7 \\ - \quad 2 \quad 2 \quad 9 \\ \hline \quad 3 \quad 2 \quad 8 \end{array}$$

не подходит, 2 и 3 цифра не совпадают.

$a_4 = 6$

$$\begin{array}{r} a_1 a_2 a_3 6 \\ - \quad 5 \quad 5 \quad 8 \\ \hline \quad 8 \quad 8 \quad 8 \end{array}$$

$8+5=13 \Rightarrow a_3=4$. Т.е. занимаем у a_2 . Значит, a_2 тоже 4 по аналогичным рассужд.

$$\begin{array}{r} a_1 4 4 6 \\ - \quad 2 \quad 2 \quad 9 \\ \hline \quad 2 \quad 1 \quad 7 \end{array}$$

не подходит, 2 и 3 цифра не совпадают.

~~Заметим, что если $a_4 \in \{7\}$, то~~

~~$a_4 = 5$~~

$$\begin{array}{r} a_1 a_2 a_3 5 \\ - \quad 5 \quad 5 \quad 8 \\ \hline \quad 7 \quad 7 \quad 7 \end{array}$$

~~занимаем у a_3 , $7+5=12 \Rightarrow a_3=3$.~~

Заметим, что если $a_4 \in [\underline{5}, 7]$, то мы будем при вычитании из $a_1 a_2 a_3 a_4$ 558 получать противоречие, т.е. минуса будет занимать у a_2 и a_3 , а приходять к выводу, что $a_2 = a_3$ и получать противоречие в расхождении 2 и 3 цифр. $(10+a_4-8+5+1)$ занимаем у a_3 . Тогда a_3 -остаток при делении $(5+(10+a_4)-9 \cdot 1)$ при делении на 10, т.е. ~~a_4+4~~ остаток при делении a_4+4 на 10, а он от 2 до 4. Тогда при вычитании $a_3=5$, понадобится занять у a_2 . Аналогичными рассуждениями приходим к тому, что $a_2 = a_3$. А далее т.к. при вычитании из $a_1 a_2 a_3 a_4$ 229 получает, что у a_3 надо занимать, а у a_2 нет, т.е. $a_3 > 2$. \Rightarrow 2 и 3 цифра не совпадают, а должны совпадать по условию.

Бланк ответов

Если $a_4 \in [2; 4]$, то мы занимаем у a_3 .

a_3 - остаток при делении $(10 + a_4 - 8 + 5 + 1)$, т.е. $a_4 + 8$, на 10.

т.е. $a_3 \in [0; 2]$. Мы опять занимаем у a_2 . И аналогичными рассуждениями приходим к тому, что $a_2 = a_3$.

т.е. $a_2 = a_3$ и $a_2 \in [0; 2]$.

При вычитании $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} - 229$, нам придётся зани-

мать ^{на} у a_1, a_2, a_3 .

$$a_4 = 4$$

$$\begin{array}{r} a_1 a_2 a_3 4 \\ - \quad 558 \\ \hline 666 \end{array}$$

Занимаем у a_3 и a_2 , т.е. $6 + 5 = 11 \geq 10$. a_2 и a_3 - остатки при делении $(10 + a_4 - 8 + 5 + 1)$ на 10, т.е. 2.

$$\begin{array}{r} a_1 224 \\ - \quad 229 \\ \hline 995 \end{array}$$

т.е. $a_1 > 9$, чего не может быть, не подходит

$$a_4 = 3$$

$$\begin{array}{r} \text{Занимаем } 0 \\ a_1 a_2 a_3 a_4 3 \\ - \quad 558 \\ \hline 555 \end{array}$$

Занимаем у a_3 и a_2 , т.е. $5 + 5 \geq 10 \Rightarrow a_2$ и a_3 - остатки при делении $(10 + a_4 - 8 + 5 + 1)$ на 10, т.е. 1.

$$\begin{array}{r} 3 \dots \\ a_1 1143 \\ - \quad 229 \\ \hline 884 \end{array}$$

т.е. $a_1 > 8$ и $a_1 = 9 \Rightarrow 9113$.

$$\begin{array}{r} a_4 = 2 \dots \\ a_1 a_2 a_3 a_4 2 \\ - \quad 558 \\ \hline 444 \end{array}$$

$5 + 4 = 9 \Rightarrow a_3$ мы опять будем занимать у a_2 и a_1 . И т.

a_3 и a_2 - остатки при делении $(10 + a_4 - 8 + 5 + 1)$, т.е. 0

$$\begin{array}{r} - a_1 \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{2} \\ \underline{229} \\ 7773 \\ \downarrow \\ a_1 = 8. \\ \downarrow \\ 8002. \end{array}$$

$a_4 = 1$

$$\begin{array}{r} - a_1 a_2 a_3 1 \\ \underline{558} \\ 333 \end{array}$$

Занимаем у ~~a_4~~ a_3 , a_3 - остаток при делении $(10 + a_4 - 8 + 5 + 1)$ на 10, т.е. 9. Т.е. a_3 не занимает $\Rightarrow a_2 = 8$.

~~$$\begin{array}{r} - a_1 \overset{\cdot}{8} \overset{\cdot}{9} 1 \\ \underline{229} \\ 872 \\ \underline{5} \end{array}$$~~ не подходит

$$\begin{array}{r} - a_1 8 9 1 \\ \underline{229} \\ 6662 \\ \parallel \\ a_1 = 6 \\ \parallel \\ 6891. \end{array}$$

$a_4 = 0$

$$\begin{array}{r} - a_1 a_2 a_3 0 \\ \underline{558} \\ 2 \end{array}$$

Занимаем у a_3 a_2 - остаток при делении $(10 + a_4 - 8 + 5 + 1)$ на 10, т.е. 8. У a_2 не занимает $\Rightarrow a_1 = 7$

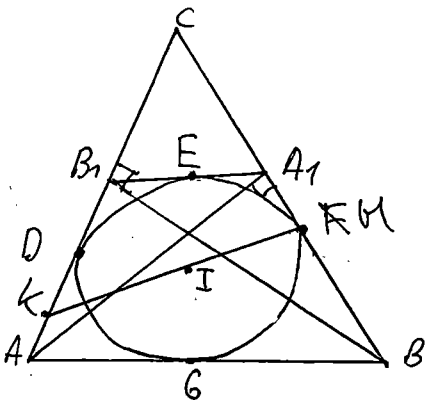
$$\begin{array}{r} - a_1 7 8 0 \\ \underline{229} \\ 5551 \\ \parallel \\ a_1 = 5. \\ \parallel \\ 5780 \end{array}$$

передок неположительный

Ответ: 6891, 5780, 8002, 9113, 4669.

№4.

Т.к. у червяка и червяшки кол-во ячеек $8 \Rightarrow$ сторона квадрата должна быть кратна 4. Нет ответа



По св-ву отрезков касательных, проведенных из одной точки $CD = CE$, $BD = BE$, $AD = AF$, $BF = BV$, $AV = AD$.

Заметим, что четырехугольник ABA_1B_1 - впис. и опис. $ABCO$ - впис., т.к. $\angle A_1B_1V = \angle A_1B_1O = 90^\circ$ (вт. признак впис. чет.). $\Rightarrow ABO - ABA_1B_1$ - правильный чет.

Нет ответа