ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101290913457

Титульный лист

Направление ☑ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☑ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия МИНГАЛЁВ

Имя СЕРГЕЙ

Отчество ВЛАДИСЛАВОВИЧ

Дата рождения 10 06 2008

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 115

Телефон 89519399080

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101290913457

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [x] 9
- [ ] 10
- [ ] 11

Город участия ПЕРМЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	25	20	04						
Балл члена жюри №2	25	25	20	04						

Итоговый балл 074

Подпись члена жюри №1 Шаб

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№3.

Нам нужно поставить 18 фишек в 24 лунки.
При этом лунки могут быть пустые.

Воспользуемся методом шаров и перегородок.

Сначала изобразим 18 шаров, символизирующих фишки

O O O O ... + 2D

Теперь нам нужно их разделить по 24 лункам. Для этого понадобится 23 перегородки. Т.к. лунки могут быть пустыми, то перегородки также изобразим в виде шаров. Всего получилось 41 шар. Из них нужно выбрать 23 шара-перегородки, чтобы разделить фишки по лункам.

Воспользуемся формулой числа сочетаний. Нужно выбрать 23 шара из 41, значит это C_{41}^{23}.
Посчитать её можно как $\frac{41!}{23!(41-23)!}$ или $\frac{41!}{23!\cdot 18!}$

Ответ: C_{41}^{23} или $\frac{41!}{23!\cdot 18!}$ вариантов.

№2.

Горы изображены в виде равнобедренных треугольников с углами при основании, равными 45°. Значит эти треугольники прямоугольные.

Их площадь можно посчитать по формуле $\frac{a^2}{2}$, где a – сторона горы.

Чтобы суммарная площадь треугольников была минимальна, надо взять максимально приближенные поверхности гор.

Докажем утверждение, написанное выше.

возьмем два одинаковых прямоуг. равнобед. треугольника со стороной n.

Их суммарная площадь равна $\frac{n^2}{2}\cdot 2 = n^2$

Если мы возьмем один треугольник ~~бол~~ со стороной больше n, $(n+a)$, то второй треугольник будет с ~~площадью~~ $(n-a)$ ~~поверхно~~ стороной.
(т.к. суммарная площадь поверхности должна быть равна по всем $4n$)

Их суммарная площадь равна

$$\frac{(n+a)^2}{2} + \frac{(n-a)^2}{2} = \frac{n^2+2an+a^2}{2} + \frac{n^2-2an+a^2}{2} =$$

$$= \frac{2n^2+2an-2an+2a^2}{2} = n^2+a^2.$$

площади этих треугольников больше, чем у двух треугольников со стороной n, $(n^2+a^2 > n^2)$, значит утверждение верно!

Значит нам надо взять два одинаковых треугольника. Если ~~сумма сторон равна~~ протяженность поверхности равна 4096, то каждая сторона равна 1024, а следовательно минимальная площадь равна

$$\frac{1024^2}{2}\cdot 2 = 1024^2$$ + 25б

Ответ: минимальная площадь двух гор составляет 1024^2.

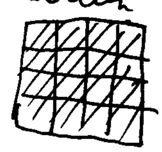
Бланк ответов

№1

Чтобы посчитать сумму цифр по периметру, нужно посчитать сумму всех цифр и вычесть из неё сумму цифр, находящихся в центре.

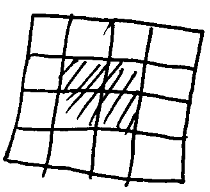
Чтоб посчитать общую сумму цифр, нужно посчитать количество квадратов. (т.е. количество клеток, деленное на 4) ~~все~~ ~~их~~ всего квадратов $\frac{512\cdot 2048}{4} = 512\cdot 512$

В каждом квадрате сумма цифр равна 64, значит ~~общая~~ сумма цифр равна $512\cdot 512\cdot 64$



Теперь посчитаем сумму центральных клеток.

В длину и ширину центральный квадрат будет на 2 клетки меньше, значит число квадратов там $\frac{510\cdot 2046}{4}$, а сумма цифр ~~$\frac{512\cdot 2046\cdot 16}{4}$~~ $\frac{510\cdot 2046}{4}\cdot 64$



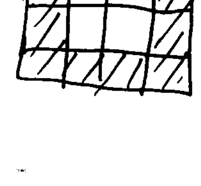
Сумма цифр по периметру равна ~~$512\cdot 2048\cdot 64$~~

$512\cdot 512\cdot 64 - 510\cdot 2046\cdot 16 = 16(2048\cdot 512 - 2046\cdot 510)$

$= 64(1024\cdot 256 - 1023\cdot 255) = 64\cdot 1279 = 81856$

Ответ: 81856

⊕ 25б



№3

1) число 101 - простое т.е. делится только на 1 и на 101.

1 и 101 - пара чисел с НОД = 1. и произведением = 101.

Следовательно красота числа 101 равна 1

Ответ: 1

2)

№4.

1) найдем ~~дв~~ пары делителей 101 (так, чтобы их произведение давало 101),

101

1 101
3 37 } обе пары имеют НОД = 1. => красота числа 101 равна 2

Ответ: 2.

Ф 4 б

2) Возьмем число n и два его делителя a и b. (a и b взаимно-простые)

Если ~~b~~ a увеличим в x раз, то b уменьшим в x раз

~~При этом если a и b будут иметь какой-то общий делитель, то в какой-то момент одно число будет простое, а второе~~

~~Мы умножим на x и оно тоже будет кр~~

При этом b a и b все делители ~~тоже~~ должны быть взаимно-простые, иначе в какой-то момент мы один делитель умножим на x, а ~~b~~ во втором делителе будет число делимое на x, значит оба числа будут делиться на x и их НОД будет больше 1 ~~!!!~~. ~~Также оба числа не могут~~ иметь ~~повторяющиеся де~~

б) Возьмем число n и его делители a и в

~~Делители~~ числа a и в не должны иметь общих делителей, иначе НОД > 1.

~~Также a и в не должны иметь в себе числа, которые~~

Значит если разложить a и в на простые делители, то они не будут повторяться.

Если перемножать минимальные простые числа, ~~так~~ чтобы их произведение было не больше 1024, то максимальное произведение равно.

1 · 2 · 3 · 5 · 7 · 9

2 6 30 210 1890 - не подходит.

Значит ~~нет~~ больше 5 простых делителей число иметь не может. => максимальная красота числа равна 5

Пример: 210

2	105
3	70
5	42
7	30
1	210

– 4 пары взаимнопростых делителей.

Ответ: 5