

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Ш А Й Д У Л Л И Н А

Имя А Л И Н А

Отчество Р У С Т Е М О В Н А

Дата рождения 0 2 0 4 2 0 0 7

Город участия Ч Е Б О К С А Р Ы

Аудитория 2 0 5

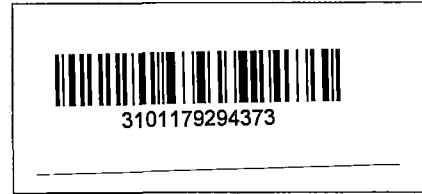
Телефон + 7 9 1 7 2 9 2 9 6 1 1

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

Заполняется участниками

**Направление**

<input type="checkbox"/> информатика	<input type="checkbox"/> история	<input checked="" type="checkbox"/> математика
<input type="checkbox"/> обществознание	<input type="checkbox"/> русский язык	<input type="checkbox"/> физика
<input type="checkbox"/> химия		

**Класс**

<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input checked="" type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 11
----------------------------	----------------------------	--	-----------------------------

**Город участия**      Ч Е Б О К С А Р Ы

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов                      Количество черновиков к проверке *01*

Время выхода с                      :                      до                      :

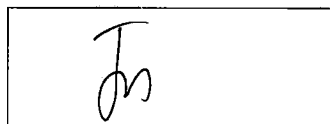
## Протокол проверки

Заполняется жюри

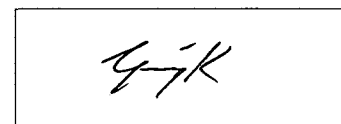
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<i>20</i>	<i>-</i>	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>					
Балл члена жюри №2	<i>20</i>	<i>-</i>	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>					

**Итоговый балл**      *60*

**Подпись члена жюри №1**

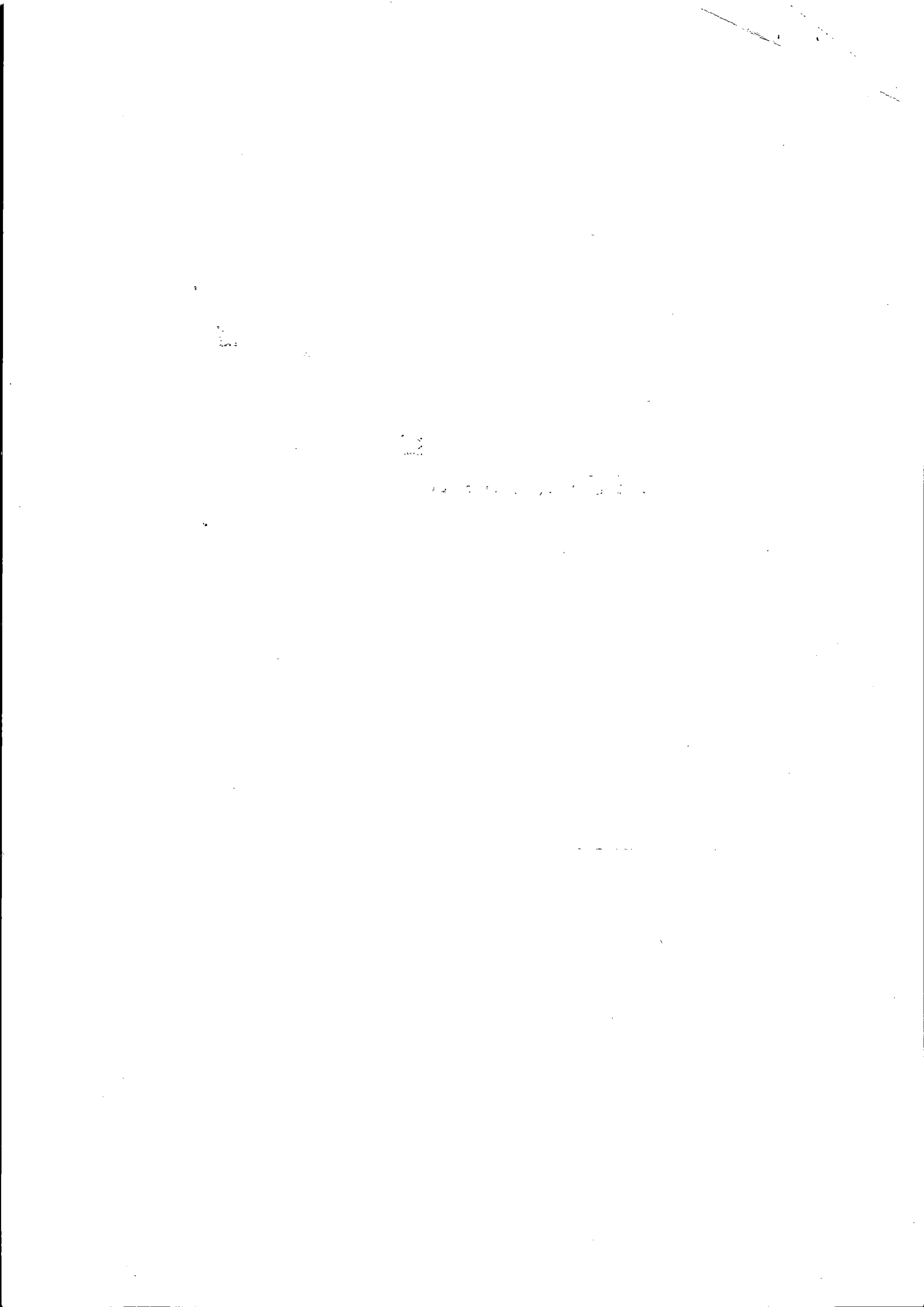


**Подпись члена жюри №2**



**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



### Задание № 1

От-т: НРЦБЗЯ

Решение:

- при суммировании <sup>строк</sup> столбцов и <sup>столбцов</sup> строк каждое число учитывается 2 раза (т.к. оно и в столбце и в строке)  $\Rightarrow$  сумма всех столбцов и строк  $= \frac{37 \cdot 36}{2} \cdot 2 = 37 \cdot 36$  ✓
- И это сумма 12 последовательных чисел. Пусть наименьшее из них равно  $a$ . Тогда сумма этих чисел  $= \frac{2a+11}{2} \cdot 12$  ✓  
\*  $a \in \mathbb{N}$
- Получается, что  $\frac{2a+11}{2} \cdot 12 = 37 \cdot 36$  ✓

$$\begin{cases} 2a = 37 \cdot 6 - 11 \\ a \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{37 \cdot 3}{1} = 5,5 \\ a \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset \oplus$$

Значит, таких  $a$  не существует. Значит нельзя расставить нужные нам числа согласно условию

### Задание № 4

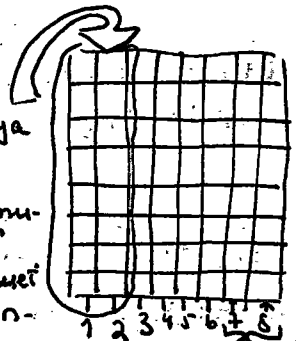
От-т: 16

пример:

		В	В	В	В		
		В	В	В	В		
		В	В	В	В		
		В	В	В	В		

Решение:

Посмотрим на эти два столбца (1 и 2). Чтобы все клетки этих столбцов были под ударом "вампиров", нам понадобится 8 таких фигур (т.к. каждая фигура может быть до 2х клеток из этих столбцов)



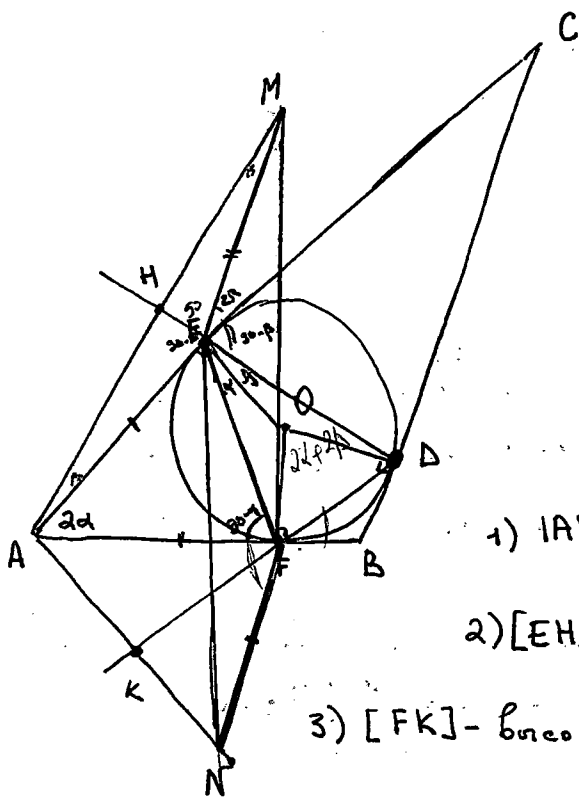
Теперь посмотрим на столбцы 7 и 8.

Чтобы все клетки были под ударом, нам понадобится хотя бы 8 "вампиров" (аналогично ст. 1 и 2). Примем их одну

из "вампиров", бьющих клетки столбцов 1 и 2, не может быть клетки столбцов 7 и 8. Так как фигура не повторяется, значит нам понадобится хотя бы 16 "вампиров". См. пр-р выше

или же верно пример верный

# Задача №3



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\omega$  - вписанная окружность с центром  $O$ .

$\omega \cap [BC] = D$

$\omega \cap [AB] = F$

$\omega \cap [AC] = E$

Доказательство:  $MENF$  - параллелограмм.

Доказательство:

1)  $|AE| = |AF|$  (отрезки касательных к окружности)

2)  $[EH]$  - высота и медиана  $\Leftrightarrow \triangle AEM - \text{р/б} \Rightarrow |ME| = |AE|$

3)  $[FK]$  - высота и медиана  $\Rightarrow \triangle AFN - \text{р/б} \Rightarrow |FN| = |AF|$

4)  $|ME| = |AE| = |AF| = |FN|$  ✓

5)  $\angle EAF = 2\alpha \Rightarrow \angle EAM = \angle FAN = 90^\circ - \alpha$  (м.к.  $\triangle AEF - \text{р/б} (|AE| = |AF|)$ ) ✓

6)  $\angle OEA = 90^\circ$  ( $AE$  - касат.,  $OE$  - т.кас.)  $\Rightarrow \angle MEF = \angle OEA - \angle FEA = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha$

7)  $\angle EOD = \beta$

8)  $\angle DOF = \angle ODF = 2\angle DEF = 2\alpha + 2\beta$  ✓

9)  $\triangle OFD - \text{р/б} (|OD| = |OF| = r_{\text{окр-ти}}) \Rightarrow \angle OFD = \angle ODF = \frac{180^\circ - \angle DOF}{2} = 90^\circ - \alpha - \beta$  ✓

10)  $\angle DFB = \angle OFB - \angle OFD = 90^\circ - 90^\circ + \alpha + \beta = \alpha + \beta$  ✓

11)  $\angle DFB = \angle FEA$  (вертикаль.)

12)  $\triangle AFN$ :  $[FK]$  - высота и биссектриса  $\Rightarrow \angle AFN = 2\angle KFA = 2\alpha + 2\beta \Rightarrow \angle FEN = \angle FEA + \angle AFN = 90^\circ - \alpha + 2\alpha + 2\beta = 90^\circ + \alpha + 2\beta$  ✓

13)  $\angle CED = \angle OEC - \angle OED = 90^\circ - \beta = \angle HEA$  (вертикаль.)

14)  $\triangle AME$ :  $[EH]$  - высота и биссектриса  $\Rightarrow \angle MEH = \angle AEH = 90^\circ - \beta$  ✓

15)  $\angle MEC = 180^\circ - 2\angle MEH = 2\beta$  ✓

16)  $\angle FEM = \angle FEO + \angle OEC + \angle MEC = \alpha + 90^\circ + 2\beta = \angle AFN \Rightarrow EM \parallel FN$  (м.к.)  $\Rightarrow$   $|EM| = |FN|$  ✓

$\Rightarrow MENF$  - параллелограмм. ч.т.д.

# Задача №5

Док-во:

$n$ -цифра цифр в принятом числе.

для  $n=1$ :  $1 \cdot 9 = 9$  - такая же пара чисел  $a$  и  $b$  есть.

для  $n > 1$ :

Возьмем числа  $1\underbrace{3\dots3}_x 3$  и  $1\underbrace{3\dots3}_x 35$ . Докажем, что при  $\forall x \in \mathbb{Z}, x \geq 0$

произведение этих чисел будет принятым.

$x=0$ :  $13 \times 15 = 195$

$x=1$ :  $133 \times 135 = 17955$  *непринятые*

$x=2$ :  $1333 \times 1335 = 1779555$

Докажем, что это верно для  $x=k$  и  $x=k+1$ . Пусть где  $x=k$   $1\underbrace{3\dots3}_k 3 \times 1\underbrace{3\dots3}_k 35 = 1\underbrace{7\dots7}_k \underbrace{95\dots5}_k 5$  верно

$$(1\underbrace{3\dots3}_k 30 + 3)(1\underbrace{3\dots3}_k 350 - 15) = 1\underbrace{7\dots7}_k \underbrace{95\dots5}_k 500 + 40\underbrace{\dots0}_k 50 - 1\underbrace{3\dots3}_k 300 - \underbrace{60\dots0}_k 500 = 45 =$$

$$= 1\underbrace{7\dots7}_k \underbrace{95\dots5}_k 500 - 20\underbrace{\dots0}_k 000 - 1\underbrace{3\dots3}_k 300 - 45 =$$

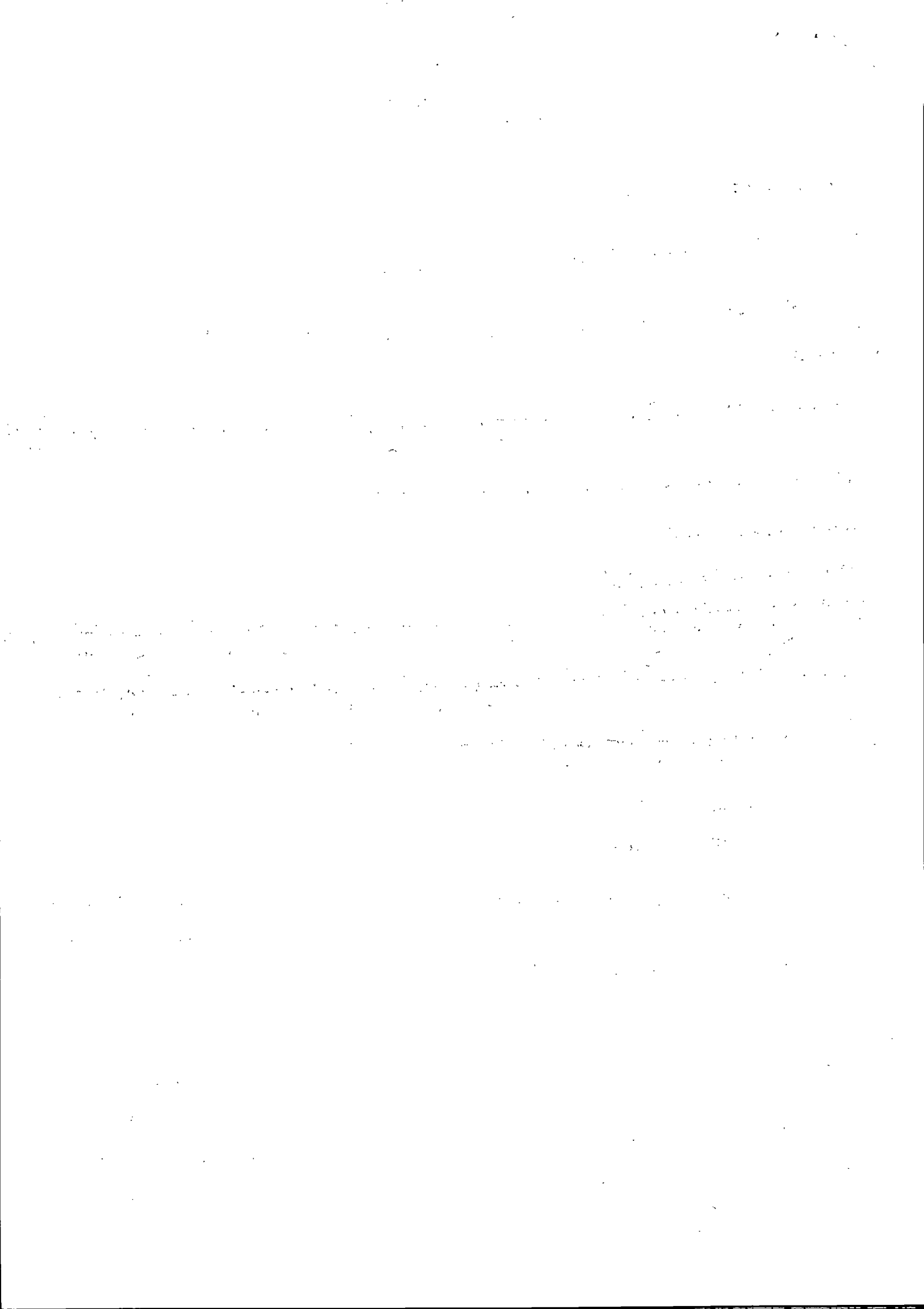
$= 1\underbrace{7\dots7}_{k+1} \underbrace{95\dots5}_{k+1} 5$  Выяснили м.б. чертовине.

Значит: для  $\forall x \in \mathbb{Z}, x \geq 0$  произведение  $1\underbrace{3\dots3}_x 35 \times 1\underbrace{3\dots3}_x 33$

будет принятым числом.

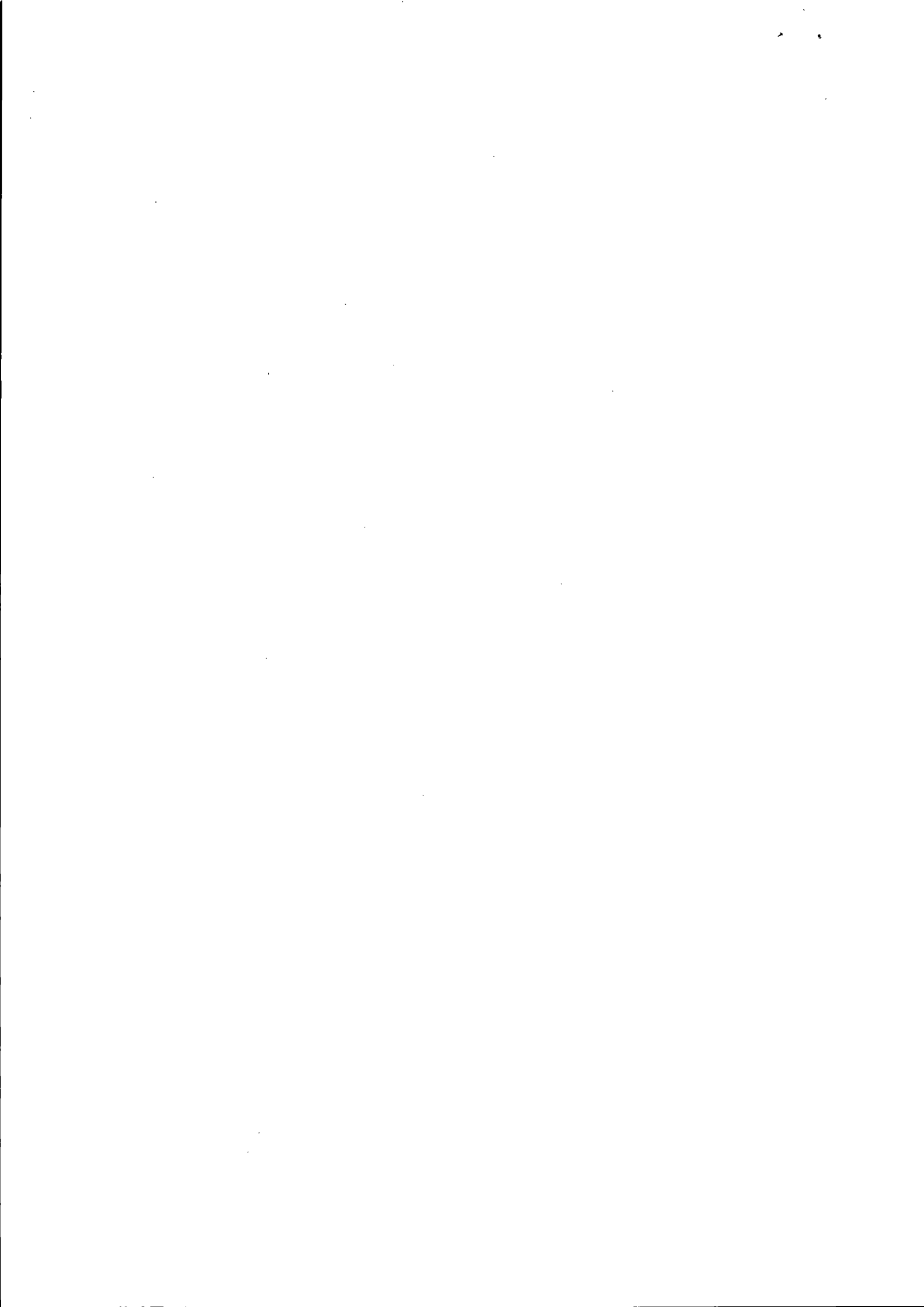


У нас бесконечно много пар чисел  $1\underbrace{3\dots3}_n 35$  и  $1\underbrace{3\dots3}_n 33$ , где  $n$  - четное  $\Rightarrow$  у нас бесконечно много пар принятых чисел, состоящих из един. кол-ва цифр, и произв. кот. - целое число.  $\square$



**Бланк ответов**



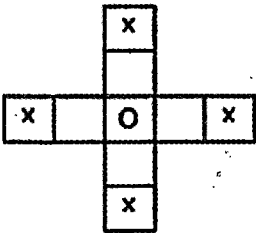


Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

**Задание 1.** (20 баллов) Можно ли в клетках квадрата  $6 \times 6$  расставить числа от 1 до 36 (каждое по одному разу) так, чтобы 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являлись 12 последовательными числами?

**Задание 2.** (20 баллов) Положительные числа  $a, b, c$  таковы, что  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ . Покажите, что  $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$ .

**Задание 3.** (20 баллов) Натуральные числа от 1 до 8 расставили по кругу так, что каждое число делится на разность своих соседей. Известно, что числа 2 и 5 стоят рядом. Докажите, что числа 4 и 6 стоят рядом.



**Задание 4.** (20 баллов) Фигура *оборотень* бьет все клетки, находящиеся от нее через клетку слева, справа, сверху или снизу, а также бьет клетку, на которой стоит (см. рисунок). Какое наименьшее количество оборотней необходимо поставить на клетчатую доску  $8 \times 8$ , чтобы эти фигуры били все клетки доски?

**Задание 5.** (20 баллов) Вписанная окружность треугольника  $ABC$  с центром в точке  $I$  касается сторон  $BC, AC, AB$  соответственно в точках  $D, E, F$ . Точки  $M$  и  $N$  симметричны вершине  $A$  относительно прямых  $DE$  и  $DF$  соответственно. Окружности, построенные на отрезках  $IE$  и  $IF$  как на диаметрах, вторично пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что  $K$  лежит на прямой  $MN$ .

$$\begin{aligned}
 &= 179500 - 300 - 45 = 179500 - 345 \\
 &= 179500 - 345 = 179155
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 179500 \\
 - 345 \\
 \hline
 179155
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 179500 \\
 - 345 \\
 \hline
 179155
 \end{array}$$

$$= 179500 - 300 - 45 =$$

Вычисления:

$$(n) - \underbrace{n \dots n}_k$$

$$179500 + 4050 - 45 - 1300 - 650$$

$$\begin{array}{r} 17.795.55 \\ - 39.945 \\ \hline 0 \end{array}$$

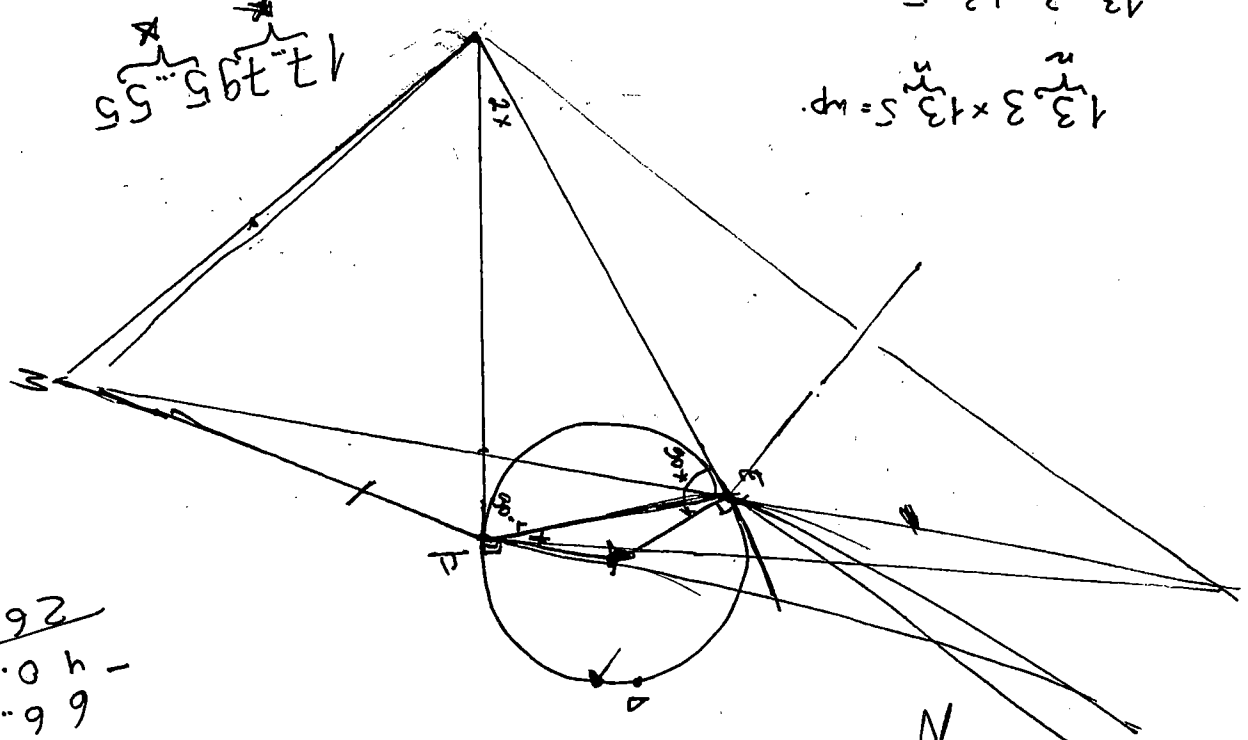
$$\begin{array}{r} 13.300 \\ + 6.650 \\ \hline 19.950 \\ - 4.080 \\ \hline 15.870 \end{array}$$

$$= mp \cdot w \cdot v \cdot r \times 100 + 4 \cdot 000 \cdot 50 - 45 - 13 \cdot 300 - 6 \cdot 650$$

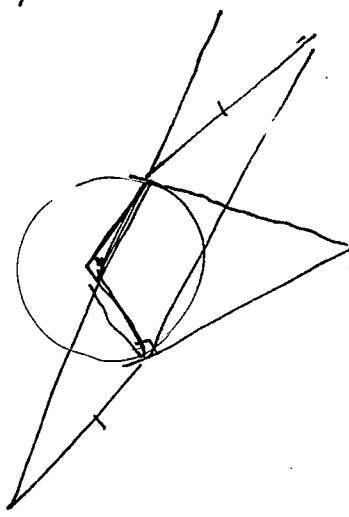
$$(13.300 + 3)(13.50 - 15) =$$

$$13.3 \times 13.5$$

$$13.3 \times 13.5 = mp$$



$$\begin{array}{r} 26.900 \\ - 4.050 \\ \hline 22.850 \end{array}$$

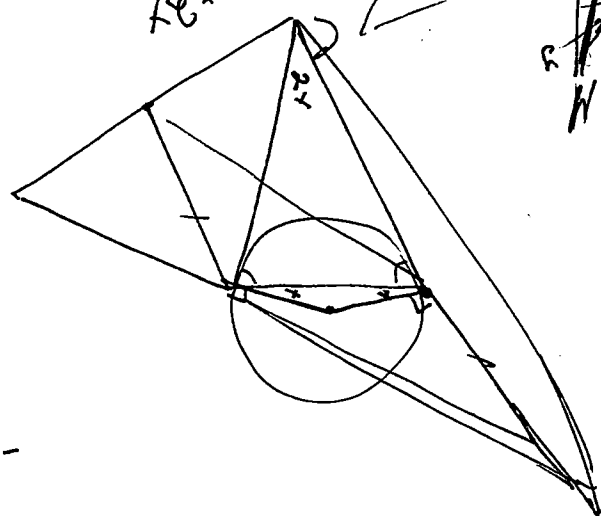
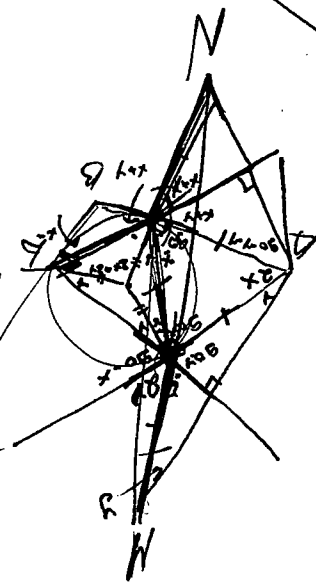


$$80 =$$

$$90 - x + 2x + 2y =$$

$$90 + 2x + x$$

$$1x + 80 - x + 2x$$



$$\begin{array}{r} 17.795.500 \\ - 3.345 \\ \hline 17.792.155 \end{array}$$

$$33.345$$