ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101799297939

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Фамилия МУРТАЗИН

Имя АМИР

Отчество ТИМУРОВИЧ

Дата рождения 04 01 2007

Город участия УФА

Аудитория 101

Телефон +79874873063

Дата 05 02 2024 **Подпись** Матр-

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101799297939

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	5	5	–					
Балл члена жюри №2	20	20	5	5	–					

Итоговый балл 30

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Сумма чисел от 1 до 36 равна:

$\frac{(36+1)\,36}{2} = 666$, т.к. мы рассматриваем и столбцы, и горизонтали $\Rightarrow$ сумма требуемых 12 сумм равна:

$666 \cdot 2 = \cancel{12}\ 1332$.

Обозначим наименьшую из сумм как a, тогда последующие числа будут $a+1$, $a+2$, …, $a+11$. Получим уравнение:

$a+(a+1)+(a+2)+\ldots+(a+11)=1332$

$12a+\frac{12\cdot 11}{2}=1332$

$12a+6\cdot 11=1332 \quad |:6$

$2a+11=222$

$2a \cancel{+11} = 211$

(+)

$a=105{,}5 \Rightarrow$ наименьшая сумма чисел в горизонтали или столбце – нецелое $\Rightarrow$ невозможно.

Ответ: нет, нельзя.

№2

$a_1, a_2, \ldots a_{2023}$.

$a_{2023}^2 \le 2a_1 - 1$

(!) $: 1 \le i \le 2022$; $\quad a_i^2 \geqslant 2a_{i+1}-1$

Пусть не существует таких i, тогда ~~для~~ $\forall a_i$ выполняется:

$a_i^2 < 2a_{i+1}-1$, запишем для всех чисел от a_1 до a_{2023}:

$a_1^2 < 2a_2 - 1$

$a_2^2 < 2a_3 - 1$

⋮

$a_{2022}^2 < 2a_{2023}-1$

$a_{2023}^2 < 2a_1 - 1$ (по усл.)

(+)

Сложим получившиеся нер-ва:

$a_1^2+a_2^2+\ldots+a_{2023}^2 < 2a_1-1+2a_2-1\ldots+a_{2023}-1$

$(a_1-1)^2+(a_2-1)^2+\ldots+(a_{2023}-1)^2<0$

Мы получим, что сумма квадратов отрицательна — противоречие $\Rightarrow$ допущение неверно $\Rightarrow$ существует такое i.

№4

Каждая фигура ~~б~~бьет не более 5 клеток ⇒

$64 : 5 = 12$ (ост. 4) ⇒ должно быть не менее 13 фигур

X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X

Очевидно, что нам <u>выгодно</u> (почему?) поставить „В" через клетку по диагоналям от уголков иначе В будет бить только 2 кл. ~~Чтобы~~

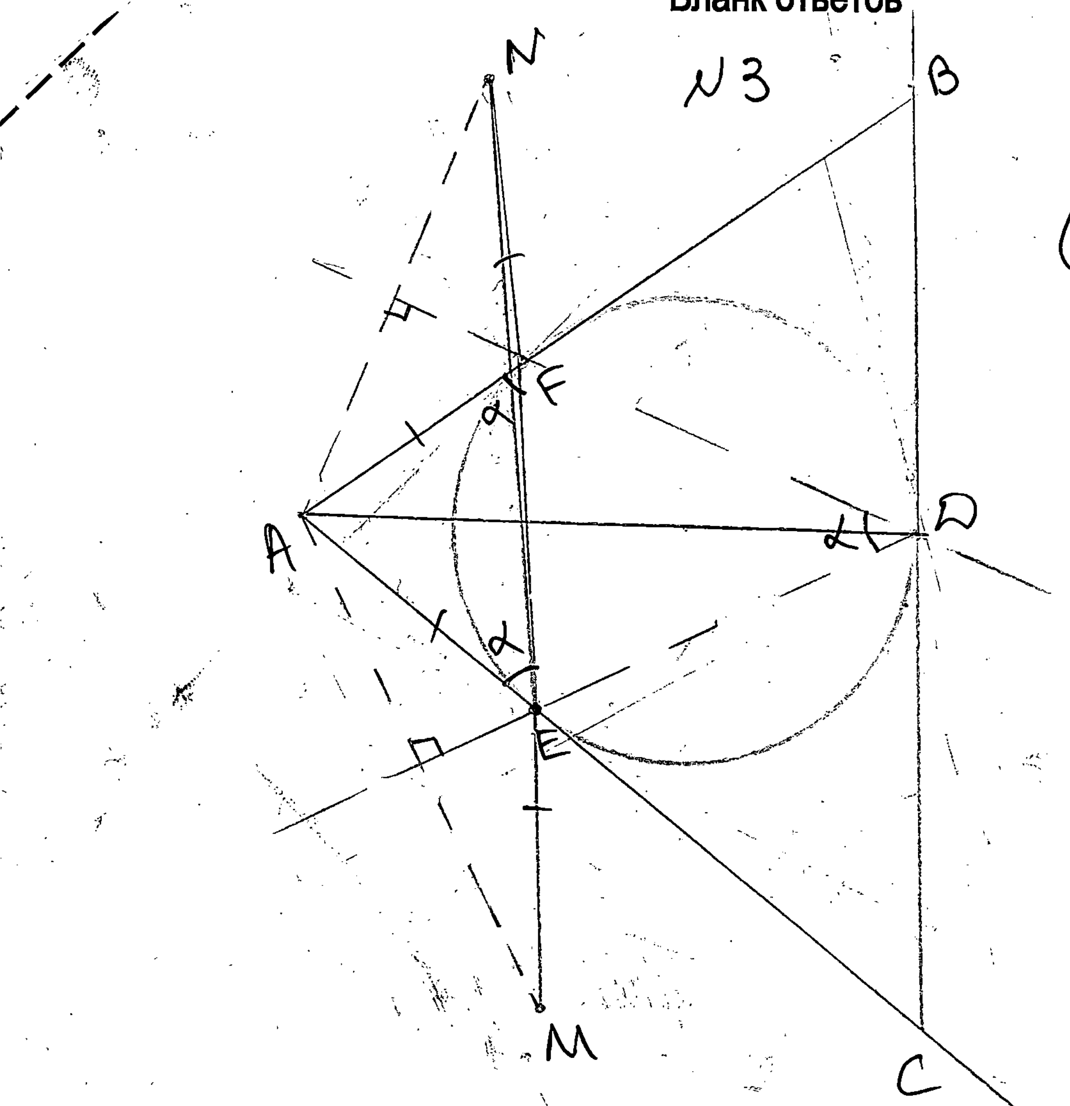
−

<u>Самая выгодная картинка</u> (почему она самая выгодная?) показана на рисунке. В ином случае В бьет либо другую фигуру, либо бьет ~~уже~~ те кл., которые уже „побиты" другими фигурами. Если мы используем ~~на~~ 15 фигур, то как минимум 2 кл. останутся не побитыми.

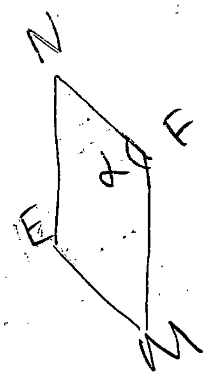
Ответ: 16 фигур.

Бланк ответов

№ 3



(!) : MENF – парал.



–0

AF = AE ~~к~~ как касательные к окружности из одной точки ✓

~~А~~ Т.к. т. A симм т. M относ ED ⇒ AE = EM, т.к. т. E лежит на сер. пер-е AM ⇒ равноудалена от т. A и т. M ⇒

⇒ AF = AE = EM = NF (аналогично AE = EM) +

∠AFE = ∠AEF, т.к. ΔAFE – р/б ⇒ ∠NAF + ∠ANF = = ∠MAE + ∠AME (т.к. ∠AEF и ∠AFE для них внешн.)

Точки M, E, F, N лежат не на одной прямой.

⇒ ΔANF = ΔAME

∠AFM = ∠D (т.к. опираются на одну дугу) ⇒ нет, т.к. F, M и E не лежат на одной прямой.

⇒ ΔANF симм. ΔAME отн. AD ⇒ все элементы равны ⇒ NE = MF и NF = EM ⇒ MENF – ~~а~~ параллелограмм, ч.т.д.

Бланк ответов