



## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Г Р И Г О Р Ь Е В

Имя Н И К И Т А

Отчество В Я Ч Е С Л А В О В И Ч

Дата рождения 2 2 0 8 2 0 0 6

Город участия У Ф А

Аудитория 1 0 1

Телефон 8 9 6 0 3 9 1 4 0 6 1

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
Заполняется участниками

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Город участия У Ф А

**Заполняется организаторами**

Количество доп. листов \_\_\_\_\_ Количество черновиков к проверке \_\_\_\_\_  
 Время выхода с \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_

**Протокол проверки**  
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	—					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	—					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



№2

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow 1 - b^2 - c^2 = a^2 + 2abc \quad (1)$$

$$1 - a^2 - c^2 = b^2 + 2abc \quad (2)$$

$$1 - b^2 - a^2 = c^2 + 2abc \quad (3)$$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2} + b\sqrt{1-c^2-a^2+a^2c^2} + c\sqrt{1-a^2-b^2+a^2b^2} \geq 2\sqrt{abc}$$

(раскрываем скобки)

Из (1); (2); (3) следует:

$$a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} + b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2} + c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a\sqrt{(a+bc)^2} + b\sqrt{(b+ac)^2} + c\sqrt{(c+ab)^2} \geq 2\sqrt{abc}$$

Т.к.  $a > 0; b > 0; c > 0$ , то:

$$a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + abc + b^2 + abc + c^2 + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

Т.к.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ , то:

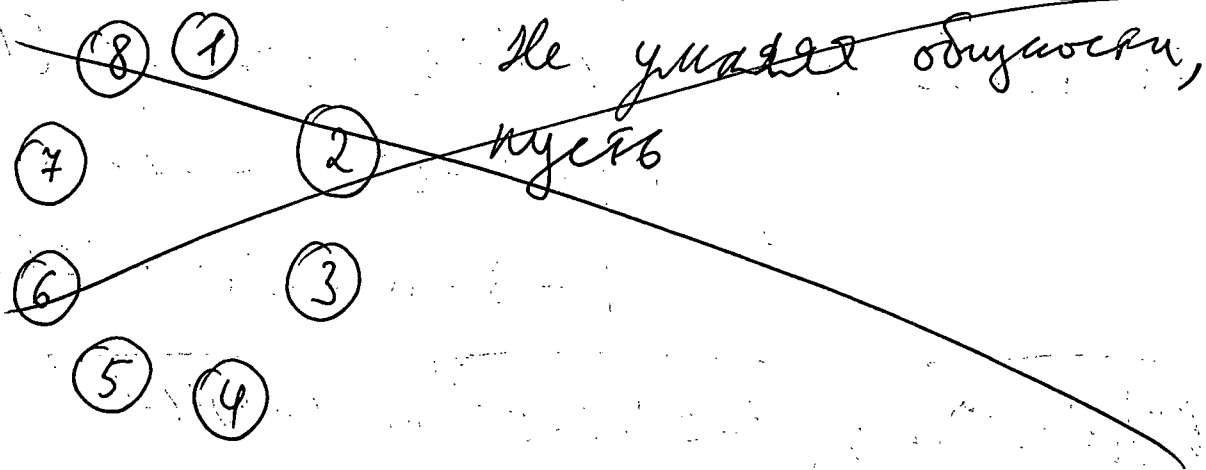
$$1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1 - 2\sqrt{abc} + (\sqrt{abc})^2 \geq 0;$$

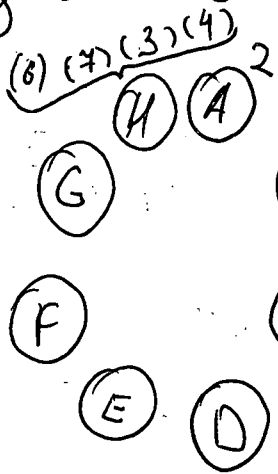
~~$\sqrt{abc}$~~   $(1 - \sqrt{abc})^2 \geq 0$ . — верно при любых  $a > 0; b > 0; c > 0$ .

ч.т.д.

Примеры места по кругу:



Назовем места по кругу буквами А, В, С, D, E, F, G, H.



Не угадала обидно, скажем что 2 стоит на месте А; 5 стоит на месте В.

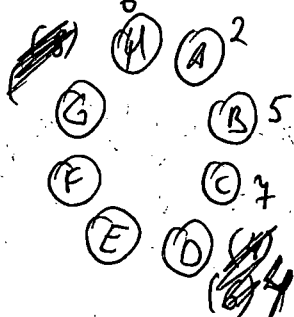
Тогда на месте С могут стоять числа ~~1, 2, 3~~ 7, 3, 1 (~~5, 5, 1~~ 5, 5 и 5, 1. Только 2 возможных варианта)

На месте H могут стоять числа 6, 7, 3, 4 (2, 1; 2, 2 - только 2 варианта)

Рассмотрим все случаи:

1) На месте С стоит 7.

1.1) На месте H стоит 6;

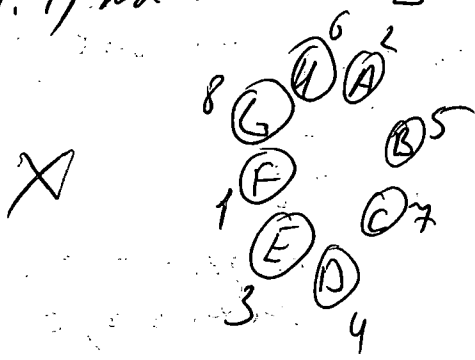


На месте D может стоять 4 или (7, 7; 7, 1). Так, 6 стоит на месте H, то на D стоит 4.

Тогда на E могут стоять 6, 8, 3, 5 (7, 7; 7, 1) бы уже рассмотрели. Значит, на месте E может стоять 3 или 8;

Бланк ответов

1.1.1) На месте D стоят 3:

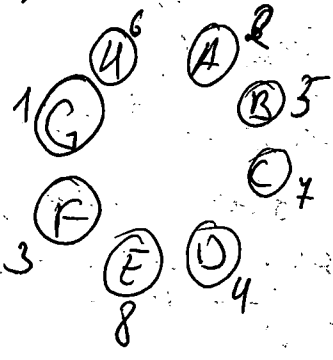


Тогда на месте F может стоять: 5, 3, 1, 7

Т.к. 5, 7 и 3 уже расставлены, то на F стоит 1.

Тогда на G стоит 8, но 8 (6-1) невозможно.

1.1.2) На E стоят 8:



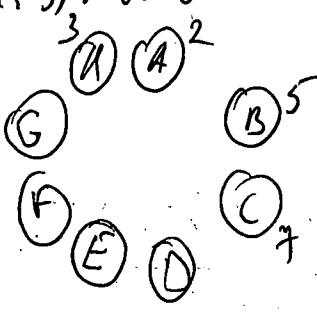
Тогда на F может стоять 5, 3, 6, 2;

Т.к. 2, 6 и 5 уже расставлены, то стоит 3

Тогда на G стоит 1, но 1/(6-3) невозможно.

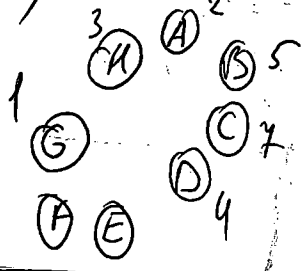
1.2) На месте H стоит 7 - невозможно т.к. 7 стоит на C.

1.3) На месте H стоит 3:



На месте D может стоять 4 или 6

1.3.1) На D стоит 4:



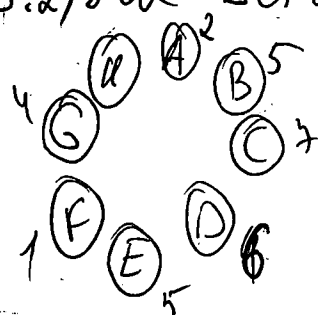
На месте G может стоять 1 или 3 или 5

Т.к. 3 и 5 расставлены, то стоит 1

На месте F может стоять 2 или 4, но 4 уже расставлено

Значит, F может стоять 2

1.3.2) На D стоит 6:



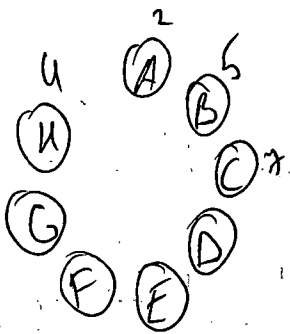
Тогда на E может стоять 4, 8, 6, 5  
5 и 6 уже расставлены  
4 не может стоять, т.к. доказано; если 5, то уже была

На F может стоять 7, 5, 1

Т.к. 7 и 5 уже расставлены, то на F 1

Тогда на G стоит 4 или 6 (6 уже расставлено)

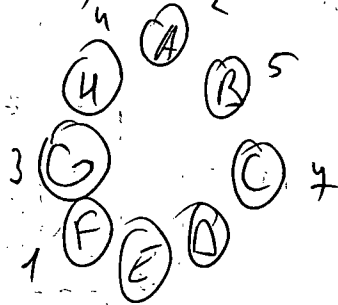
1.4) На К стоит 4:



Тогда на G может стоять 6, 4, 1, 3.

4 уже расставлено - не подходит  
 Если стоит 6 - то ч.т.г. Остаток расставь.  
 3 и 1:

1.4.1) На G стоит 3:

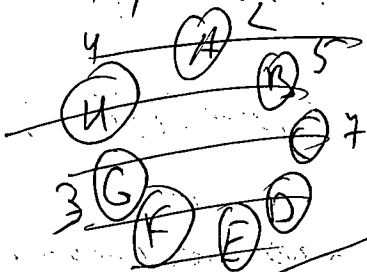


Тогда на F может  
 стоять 5, 3, ~~1~~,  
 7.

3, 5 и 7 уже расставлено.  
 Нет 4, 2, 5, 7  
 1

Значит, остается только ~~1~~ 1:

~~1.4.1.1) На F стоит 7:~~



Тогда на E стоят монеты только  
 2 или 4 - одна из них уже  
 расставлено - другая невозможна.

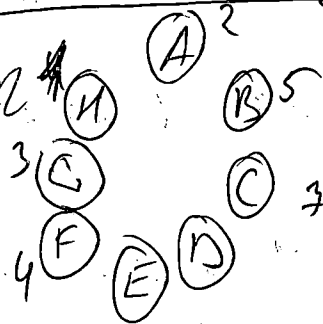
1.4.2) На H стоит 1:

Тогда на B может стоять  
 1 или 3, т.к. 1 уже стоит, то 3:

На F монеты могут стоять 4 или 2.

Т.к. 2 уже стоит на A, то только 4:

Тогда на E могут стоять 4, 2, 1, 5, 7. Т.к. 7, 5, 1, 2, 4 уже стоят,  
 то только другая невозможна.



НЕ МОЖЕТ

2) На C стоит 3:

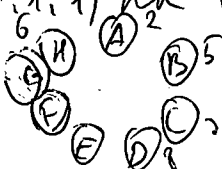
2.1) На K стоит 6:

На D может стоять 2 или 8:

или 6 или 4.

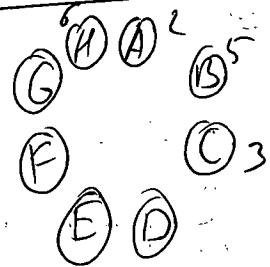
Т.к. 2 уже стоит, то возможно  
 только 8 и 4:

2.1.1) На D стоит 8:



На E может стоять 2, 4, 5:

переход невозможен



Нет путей с C=1

Ответ: нет.

Док-во:

Предположим, что такое возможно. Тогда, пусть  $a$  - наименьшее из чисел последовательности из 12 чисел. Тогда, сумма чисел во всех <sup>строках</sup> рядах и во всех столбцах:  $\frac{2a+11}{2} \cdot 12 = (2a+11) \cdot 6$ .  
(числа образуют арифм. прогрессию с  $a_1 = a$ ,  $d = 1$ ;  $a_{12} = a + 11$ ;  $n = 12$ )

Сумма чисел во всех столбцах и во всех ~~рядах~~ строках равна удвоенной сумме всех чисел ~~в строках~~ во всех клетках квадрата. (Каждое число посчитано дважды).  
Рассчитаем сумму чисел во всех клетках квадрата:

$$36 \cdot \frac{1+36}{2} \cdot 36 = \frac{36 \cdot 37}{2} \quad (\text{числа } 1, 2, 3, \dots, 36)$$

образуют арифм. прогрессию с  $a_1 = 1$ ;  $d = 1$ ;  $n = 36$ ;  $a_{36} = 36$ ). Тогда удвоенная сумма всех чисел в клетках квадрата равна  $36 \cdot 37$ .  
Получаем равенство:

$$(2a+11) \cdot 6 = 36 \cdot 37; | :6$$

$$2a+11 = 6 \cdot 37; \text{ т.к. } a \in \mathbb{N}, \text{ то } (2a) \div 2; 6 \cdot 37 \div 2, \text{ но } 11 \nmid 2.$$

Значит, левая часть равенства - <sup>нечётная</sup> чётная, а правая часть - чётная, Значит, равенство не выполняется. Это неверно. З.т.д. Значит, такое невозможно.  
Значит, наше предположение неверно и так расставляются числа нельзя.



14

Ответ: 24.

Доказ-во:

меньше нуля  $\neq$  К.

можно

X	⊗	⊗	X	X	⊗	⊗	X
X	⊗	⊗	X	X	⊗	⊗	X
X	X	X	X	X	X	X	X
⊗	X	X	X	X	X	X	⊗
⊗	X	X	⊗	⊗	X	X	⊗
X	X	X	⊗	⊗	X	X	X
X	⊗	⊗	X	X	⊗	⊗	X
X	⊗	⊗	X	X	⊗	⊗	X

Пример на 24 оборота.

Кругочки - обороты.