ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101158555099

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ■ 9 ☐ 10 ☐ 11
Фамилия	Котлечков
Имя	Егор
Отчество	Владимирович
Дата рождения	11 05 2008
Город участия	Екатеринбург
Аудитория	и-405
Телефон	+79655432173
Дата	05 02 2024
Подпись	ЕКот

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101158555099

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	17	20	20	0	–					
Балл члена жюри №2	19	20	20	0	–					

Итоговый балл 58

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№2.

Пусть $b_i = \frac{a_i}{a_1} \Rightarrow a_1 \; b_1 = \frac{a_1}{a_1} = 1.$

Тогда если $\sqrt{a_1} + \dots \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + \dots n a_n}$ $\quad | : \sqrt{a_1}$

$$= \sqrt{\frac{a_1}{a_1}} + \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \dots \sqrt{\frac{a_n}{a_1}} = \sqrt{\frac{a_1}{a_1} + 2\frac{a_2}{a_1} \dots n\frac{a_n}{a_1}}$$

$$= \sqrt{b_1} + \dots \sqrt{b_n} = \sqrt{b_1 + \dots n b_n}.$$

Б.И. $b_1 = 1$;

$\sqrt{b_1} + \sqrt{b_2} = \sqrt{b_1 + 2b_2}$

$1 + \sqrt{b_2} = \sqrt{1 + 2b_2}$ $\quad |\wedge 2$

$\underline{1} + b_2 + 2\sqrt{b_2} = \underline{1} + 2b_2$ $\quad |-1 \; -b_1$

$1^2 = 1^3$; $2\sqrt{b_2} = b_2$ $\quad |\wedge 2; : b_2$, т.к. $b_2 \neq 0$

$b_2 = 4.$

$$\left(\frac{2 \cdot (2-1)}{2}\right)^2 = 1^3 + $$

т.к. $1^2 = 1^3$

Ш.И. $\sqrt{1} + \sqrt{4} + \dots \sqrt{(n-1)^2} = \sqrt{1^3 + 2^3 + \dots (n-1)^3}$ – верно, нужно д-ть для n.

также $\left(\frac{(n-2)(n-1)}{2}\right)^2 = 1^3 + \dots (n-2)^3$

$\left(\sqrt{1} + \dots \sqrt{(n-1)^2}\right) + \sqrt{b_n} = \sqrt{1^3 + \dots (n-1)^3 + n b_n}$ $\quad |\wedge 2$

$$\left(\frac{(n-1) \cdot n}{2}\right)^2 + b_n + \frac{\sqrt{b_n} \cdot (n-1) n}{1} = 1^3 + \dots (n-1)^3 + n b_n \quad |-b_n$$

по п. индукции

$$\frac{n^4 - 2n^3 + n^2}{4} + \frac{\sqrt{b_n}\, n \cdot (n-1)}{1} = \left(\frac{(n-2)(n-1)}{2}\right)^2 + (n-1)^3 + (n-1) b_n$$

$$\frac{n^4 - 2n^3 + n^2}{4} + \frac{\sqrt{b_n}\, n (n-1)}{1} = \frac{n^4 - 5n^2 - 6n^3 - 12n + 4 + 4n^3 - 12n^2 + 12n - 4}{4} + (n-1) b_n$$

$$\frac{n^4 - 2n^3 + n^2}{4} + \frac{\sqrt{b_n} \cdot n(n-1)}{1} = \frac{n^4 - 2n^3 + n^2}{4} + (n-1) b_n$$

№2

$$\frac{\sqrt{b_n}\, n(n-1)}{12} = (n-1)b_n \quad |:(n-1)| \text{ т.к. } n \neq 1$$

$$\frac{\sqrt{b_n}\cdot n}{12} = b_n \quad \cancel{\cdot 2}$$

$$n\sqrt{b_n} = \cancel{1}b_n \quad |^2$$

$$n^2 b_n = b_n^2 \quad |:b_n \ (b_n \neq 0)$$

$$n^2 = b_n.$$

$$\Rightarrow b_{2023} = 2023^2 = \frac{a_{2023}}{a_1}$$

Ответ: 2023^2 +

№3

Пусть числа $\overline{aaab}$ (после 1 шага) и $\overline{cddd}$ (после 2) ; $a \neq 1$, т.к. иначе максимально $1119-229<1000$, а $c \neq 0$.

При $a=2$ число $= 2220+b-220-9 = 2000+(b-9)$. ~~При b=9 и b=8~~

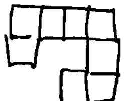
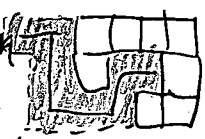
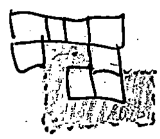
~~будет 2000 и 1999~~ будет 2000 и 1999 — подходит. +

При $a \geq 3$ число ~~...~~ будет иметь вид $\overline{a(a-2)xy}$ — где x и y — какие-то числа. При $b<9$, число будет иметь вид $\overline{a(a-2)(a-3)z}$, но $a-2 \neq a-3 \Rightarrow$ не подходит. При $b=9$ будет $\overline{a(a-2)(a-2)0}$, но т.к. $a \geq 3$ $a-2>0 \Rightarrow \neq 0$. $\Rightarrow$ вариантов больше нет.

$2000+2\cdot 229 = 2458$; ~~2228+2~~ $1000+2\cdot 228 = 2457$

Ответ: ~~2229; 2228~~. 2458; 2457 +

№3.

Пусть есть червяк д.о.о. такой:  где имеется фигура, которая заходит угол  внутрь. Тогда может быть червяк ~~т.к.~~  или червяк  в таких положениях, т.к. только там есть уголки.

~~М~~ № 4

Тогда ~~могут быть червяки~~ или б.о.о. расположены правый угол.

Чтобы закрыть всё, надо можно угол был в другую червячка б.о.о. так

тогда чтобы закрыть уголок в центре, нужен червяк: см

Пусть V_1 км/ч — скорость Ильи; V_2 км/ч — Настасьи; они встретились через t часов и

A C B A — хутор, B — Киев, C — место встречи, $S = |AB|$. ($V_1 \neq 0$; $V_2 \neq 0$; $V_1 > 0$ $V_2 > 0$)

Тогда $S = t(V_1+V_2)$; $S = V_1(t+1)$, т.к. $V_1 t = |AC|$; $\frac{|CB|}{V_1} = 1$ по условию. +

$S = V_2 t + 6V_2 + V_1$, $V_2 t = |CB|$; $6V_2$ — пока Илья стоял; V_1 — расстояние до хутора.

=> 1) $V_1(t+1) = tV_1 + tV_2$ => $tV_1 + V_1 = tV_1 + tV_2$ => $V_1 = tV_2$ => $\frac{V_1}{V_2} = t$ +

2) $tV_1 = 6V_2 + V_1$ $|:V_2$ => $t\frac{V_1}{V_2} = 6 + \frac{V_1}{V_2}$ => $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - \frac{V_1}{V_2} - 6 = 0$; $x^2 - x - 6 = 0$

По т. Виета $x_{1;2} = 3; -2$; $3 + (-2) = -(-1)$; $3 \cdot (-2) = -6$.

т.к. $V_1 > 0$ и $V_2 > 0$ => $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

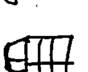
Т.к. расстояние $= V_1$, то $\frac{V_1}{V_2} = 3$ часа

Ответ: 3 часа. Однако не учтено, что 1 час Настасья уже прошла

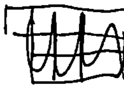
№4.

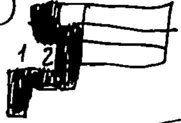
=> ставить можно только червяк и 2 фигуры (червяк + червяк) и (червяк + червячка)

Чтобы замостить 1 клетку (нарисуйте) использовать  нельзя, т.к. будет замощено 4 и 5, но 2 не закрыто и закрыть её нельзя.

( аналогично => остается червяк

Тогда в клетку 1 будут только клетки: , т.к. с краю

Если он будет так , то будут 2 клетки сверху, это единственный вариант при вертикальном; остается 2 горизонтальных варианта   см

2) 

1) , но тогда 1 и 2, которые нельзя закрыть

2) ~~если 1 вариант чтобы закрыть все будет~~ если 1 и 2, ~~где~~ которые нельзя закрыть => Ответ: нет