ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302696250176

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11
Фамилия	ПИНИГИНА
Имя	ДАРЬЯ
Отчество	СЕРГЕЕВНА
Дата рождения	23 12 2006
Город участия	НОВОУРАЛЬСК
Аудитория	323
Телефон	+79002001204

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302696250176

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия НОВОУРАЛЬСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	5	—					
Балл члена жюри №2	20	20	0	5	—					

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

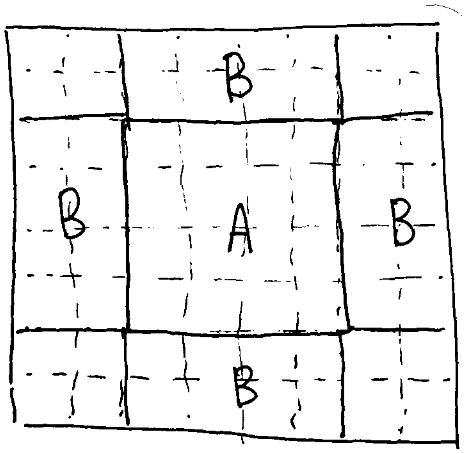
Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Вариант 1

Задание № 4

Рассмотрим доску 8×8:



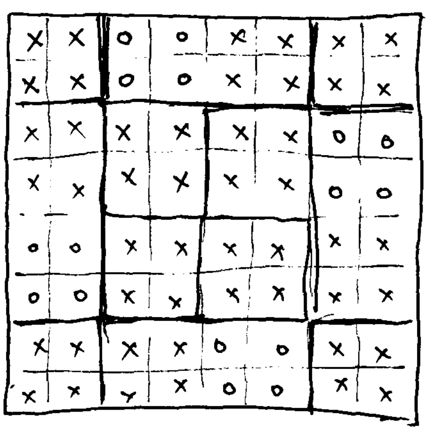
1 оборотень может задеть клетку на расстоянии в 2 клетки, поэтому из центральной области (A) можно бить клетки из областей (B). Однако, чтобы бить по областям вугну доски (C) необходимо стоять в области (B), из той же области можно задеть (бить) клетки из области (A)

Итак, размещение фигур в областях (B) наиболее рационально.

Будучи в области (B), оборотень может бить только 4 клетки, а 5-я будет находиться за полем доски. Значит, из области (B) можно ~~накрыть~~ бить по 4 клеткам каждой фигурой максимум.

Всего клеток $8 \times 8 = 64$, если бить по 4 клетки, понадобится $64/4 = 16$ оборотней. Не доказано

Такая расстановка фигур существует. Вот её пример:



Из оценки не следует, что 16 - наименьшее кол-во

пример есть

Ответ. 16

∓

Задание № 2

$$a^2+b^2+c^2+2abc=1 \Rightarrow \begin{aligned} 1-b^2-c^2&=a^2+2abc \\ 1-a^2-c^2&=b^2+2abc \\ 1-a^2-b^2&=c^2+2abc \end{aligned}$$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\ \cancel{\geq 2\sqrt{abc}} =$$

$$=a\sqrt{(bc)^2+1-b^2-c^2}+b\sqrt{(ac)^2+1-a^2-c^2}+c\sqrt{(ab)^2+1-a^2-b^2}=$$

$$=a\sqrt{(bc)^2+2abc+a^2}+b\sqrt{(ac)^2+2abc+b^2}+c\sqrt{(ab)^2+2abc+c^2}=$$

$$=a\cdot|bc+a|+b\cdot|ac+b|+c\cdot|ab+c|=a\cdot(bc+a)+b\cdot(ac+b)+$$

$$c\cdot(ab+c)=3abc+a^2+b^2+c^2=1+abc=(\sqrt{abc})^2-2\sqrt{abc}+$$

$$+2\sqrt{abc}+1=(\sqrt{abc}-1)^2+2\sqrt{abc}$$

$$(\sqrt{abc}-1)^2\geq 0\ ;\ \sqrt{abc}\geq 0 \Rightarrow (\sqrt{abc}-1)^2+$$

$$+2\sqrt{abc}\geq 2\sqrt{abc} \Rightarrow a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\geq$$

$$\geq 2\sqrt{abc}$$

что и т.д.

+

Задание № 3

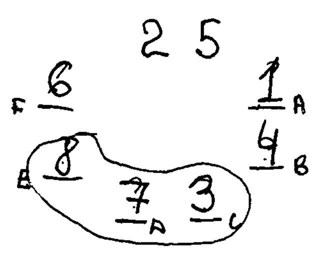


рис.

7 ⁒ 8-3

Так как $5 \vdots 5$; $5 \vdots 1$, то ~~[illegible]~~ рядом стоит или 3, или 1, или 7.

Если рядом стоит 1, то $1 \vdots 1$ и на месте В могут стоять 4 или 6. Если это 4, то рядом могут стоять 3 или 2 или 5, но 2 и 5 уже стоят, остаётся поставить 3. Таким образом, 4 не стоит рядом с 6 неверно. Подбирая различные числа, можно убедиться, что такая ситуация существует., что можно наблюдать на рисунке. Несмотря на это, ситуация, когда 6 и 4, 2 и 5 стоят рядом тоже существует, например: 25387164(25...), поэтому доказать, что 6 и 4 стоят рядом невозможно, что и т.д.

Задание № 1.

Пусть a – наименьшая сумма чисел ~~групп~~, а b ~~в группе~~ – число, на которое следующая наименьшая сумма ~~на~~ превосходит a, тогда сумма всех чисел в строчках и столбцах равна

$$a + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \ldots (a+11b) = 12a + 66b = 6(2a+11b)$$

Сумма всех чисел также равна $1+2+3+\ldots+36 = \frac{36\cdot 37}{2} = 6\cdot 111$, поэтому сумма всех чисел в строках и столбцах равна $6\cdot 222$

$$6(2a+11b) = 6\cdot 222 \quad ; \quad 2a+11b = 222.$$

Наименьшая сумма может быть $1+2+3+4+5+6 = 21$ или больше.

~~при $b=1$ $a=50$~~
~~при $b=2$ $a=39$~~
~~при $b=3$ $a=28$~~

~~при $b>3$ $a<21$, т.е. таких случаев нет~~

так как $2a$, 222 - чётные, то b должно быть чётным.

при $b=2$ $a=100$
при $b=0$ $a=111$
при $b=4$ $a=89$
при $b=6$ $a=78$
при $b=8$ $a=67$
при $b=10$ $a=56$
при $b=12$ $a=45$
при $b=14$ $a=34$

при $b=16$ $a=23$
при $b\geq 17$ $a<21$, т.е. таких ситуаций нет.

Приведём пример:

1	24	30	12	18	31
23	2	11	29	32	17
10	16	3	33	22	28
15	9	34	4	27	21
20	35	14	26	5	8
36	19	25	13	7	6

+

Ответ. можно.