ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101440400980

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11
Фамилия	ЛЕБЕДКИН
Имя	АЛЕКСАНДР
Отчество	АЛЕКСЕЕВИЧ
Дата рождения	25 02 2007
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	ГУК404
Телефон	+79018535122
Дата	05 02 2024
Подпись	

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101440400980

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	-	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	-	5	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Сумма всех чисел от 1 до 36 равна $36 \cdot 18 + 18 = 666$

Пусть $666 = S_ч$

Так как необходимо 12 последовательных чисел, то их сумму можно записать как сумму арифметической прогрессии $S = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$, где $S = 2S_ч$ (тк каждая клетка, т.е. число в клетке, встречается по 2 раза), a_1 – минимальная сумма, $n = 12$ (кол-во сумм), $d = 1$ (шаг, тк они последовательны)

$$666 \cdot 2 = \frac{2a_1 + 1 \cdot (12-1)}{2} \cdot 12$$

$$222 = 2a_1 + 11$$

$a_1 = \frac{222-11}{2} = 105{,}5$, но такого быть не может, тк в клетках записаны только целые числа.

Следовательно, подряд идущими они быть не могут.

Но они могут быть расположены тоже в порядке возрастания, И как это влияет?

но шаг будет больше 1.

$$666 \cdot 2 = \frac{2 \cdot a_1 + d(12-1)}{2} \cdot 12$$

$$222 = 2a_1 + 11d$$

Решив это диофантово уравнение можно легко найти шаг и мин. сумму

$$\begin{cases} a_1 = 100 - 11t \\ d = 2 + 2t \end{cases} \text{ при } t \in Z$$

Исходя из этого все суммы можно будет расположить в порядке возрастания с чётным шагом, но они не будут подряд идущими.

Задание 2

$a_{2023}^2 \le 2a_1 - 1$

$a_1 \ge \frac{a_{2023}^2+1}{2}$ Анализируя данное неравенство можно (почему?) утверждать, что $a_1 > a_{2023}$

Исходя из этого можно предположить, что Вася умный? (а если нет?) и расположил все числа в определенном порядке, но так как $a_1 > a_{2023}$, то он их расположил в порядке убывания. Не обосновано

$a_i^2 \ge 2a_{i+1} - 1$

$a_i^2 \ge 2a_i + 2(a_{i+1} - a_i) - 1$ ⊖

$(a_i - 1)^2 \ge 2(a_{i+1} - a_i)$, но тк квадрат любого числа ≥ 0 и ряд чисел упорядочен по убыванию (не доказано), то данное неравенство верно для любого a_i и a_{i+1}

Задача 4

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	X	X	X	X	X	X	X	X
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c	X	X	B	B	B	B	X	X
d	X	X	B	B	B	B	X	X
e	X	X	B	B	B	B	X	X
f	Y	X	B	B	B	B	X	X
g	X	X	X	X	X	X	X	X
h	X	X	X	X	X	X	X	X

Чтобы вампир бил углы поля, они должны стоять на 3c, 3f, 6c, 6f. или на 1a, 1h, 8a, 8h. Также как известно они будут бить свои места и диагональные клетки; к примеру для 3c (будет бить 1a; 5a; 1e; 5e)

Для максимальной эффективности (почему это выгодно?) их надо ставить в середину поля.

Для закрытия крайних рядов надо поставить вампиров на 3d; 3e; 4c; 4f; 5c; 5f; 6d; 6e

После такой расстановки остается 4 „уголка" по 3 клетки.

Нет оценки.

Пример ✓ ⊖

Бланк ответов

Задание 4 (продолжение)

Их можно добить вампирами с позиций 4d; 4e; 5d; 5e

Таким образом необходимо 16 вампиров на поле 8x8.

Задание 5.

Приятное число: „длина" нечетная, для записи используются цифры 1; 3; 5; 7; 9

При произведении двух нечетных цифр второй ~~первый~~ разряд произведения становится четным, почему? а первый остается нечетным. (исключение 1·x)

Также при сложении (необходимо при произведении (умножении „столбиком")) чисел разной четности получаются разные четности: Ч+Ч=Ч; Ч+Н=Н; Н+Н=Ч

Исходя из этого можно утверждать, что произведение двух „приятных" чисел редко будет тоже „приятным" числом. ⇒ Не существует бесконечно много пар приятных чисел a и b.

—

Бланк ответов