ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101294788967

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия МАРФЕНКОВА

Имя ЮЛИЯ

Отчество ПЕТРОВНА

Дата рождения 22 04 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория М415 IV

Телефон +79127983132

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101294788967

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Город участия Екатеринбург

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	5	5	0					
Балл члена жюри №2	20	–	5	5	0					

Итоговый балл 30

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

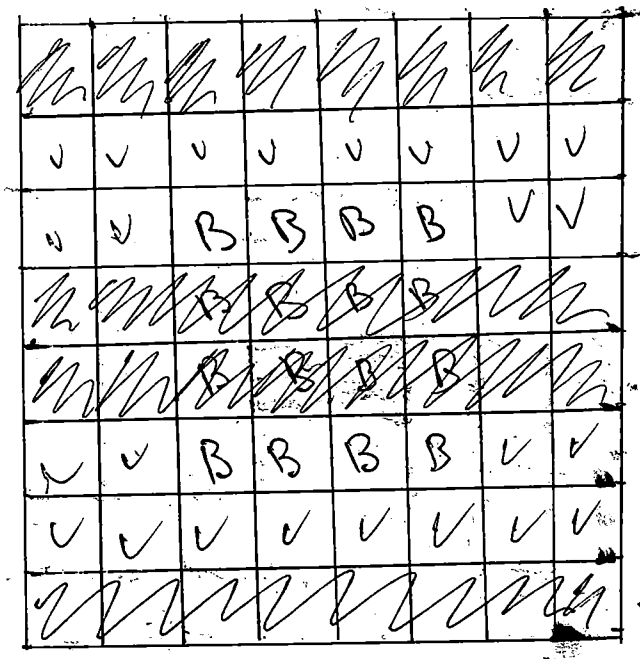
Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№4.

Всего клеток на поле – $8 \times 8 = 64$, каждый вампир бьёт 5 клеток

$64 : 5 = 12 +$ ост. 4 => на поле будет не менее 13 вампиров

Расположим вампиров так, что бы у нас были закрашены 2 крайние горизонтали и при этом ни один вампир не стоял на уже ранее закрашенной клетке.



пример

Итого мы задействовали 8 вампиров и закрасили $8 \cdot 5 = 40$ клеток

$64 - 40 = 24$ клетки осталось.

Уже сейчас мы не можем поставить ни одного вампира который бил бы 5 новых клеток.

Заметим, что аналогично не можем поставить и вампира, который бил бы 4 новые клетки

$24 : 3 = 8$ вампиров – минимально нам ещё нужны, чтобы закрасить все клетки, и действительно мы можем расположить наших вампиров в квадрате 4×4 и тогда каждый 4 вампира бьют 2 горизонтали: верхнюю и нижнюю.

И это будет min кол-вом вампиров на доске, ведь в противном случае не все клетки будут закрашены

оценка построена от примера

$4 \cdot 4 = 16$ в.

Ответ: 16 вампиров.

№1. Т.к. мы рассматриваем 2 суммы: одну по вертикали и одну по горизонтали, то => если просуммировать 2 суммы

мы получили 2 суммы арифметических прогрессий от 1 до 36

$$S_{36} = \frac{1 + 36}{2} \cdot 36 = \frac{36}{2} \cdot 36 = 18 \cdot 37 = 666$$

А если умножаем на 2, то $666 \cdot 2 = 1332$

Теперь рассмотрим 12 полученых сумм, как члены арифметич. прогр.

$$S_{12} = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \left(a_1 + \frac{11d}{2}\right) \cdot 12 = 1332$$

$$a_1 + \frac{11d}{2} = 111$$

$$a_1 = 111 - \frac{11d}{2}$$ (т.к. 11 не делится на 2, то $d \equiv 0 \pmod 2$)

$\Rightarrow \min(d) = 2 \Rightarrow a_1 = 100$, но нас просят, чтобы это были последовательные числа, т.е. d должно быть равно 1.

$\Rightarrow$ мы не сможем так сделать. +

Ответ: нельзя.

№5. Найти число, чтобы при перемножении 2-х чисел получалось новое „приятное число".

Найдем нечётные цифры, которые, мы можем использовать: 1, 3, 5, 9, 7

Посмотрим на все возможные произведения 1, 3, 5, 7, 9

$1 \cdot 1 = 1$	$3 \cdot 3 = 9$	$5 \cdot 5 = 25$	$7 \cdot 7 = 49$	$9 \cdot 9 = 81$
$1 \cdot 3 = 3$	$3 \cdot 5 = 15$	$5 \cdot 7 = 35$	$7 \cdot 9 = 63$	
$1 \cdot 5 = 5$	$3 \cdot 7 = 21$	$5 \cdot 9 = 45$		
$1 \cdot 7 = 7$	$3 \cdot 9 = 27$			
$1 \cdot 9 = 9$				

Заметим, что в полученых произведениях последняя цифра всегда нечётная $\Rightarrow$ мы можем не сомневаться, что при перемножении 2-х

„приятных" чисел последняя цифра будет нечётная. Чтобы получить предпоследнюю цифру нового числа, нам нужно будет сложить 2 нечётных числа $\left(\begin{array}{c} abc \\ \hline def \\ \hline kpm \\ \hline gr0 \end{array}\right)$ на изобр. 1 и r и прибавить к ним десятки от предыдущ. „приятного" умножения, а т.к. 2 нечётных при сложении дают чётное, то нам надо чтобы при умножении c на f в разряде десятков получилось нечётное число, т.е. пары (c, f) могут быть: (3,5) (5,3) (5,7) (7,5). Далее при получении 3-его числа с конца нужно будет сложить 3 нечётных числа, но вероятнее всего будут ещё + сотни (от предыдущих действ) => число которое мы будем прибавлять к сотням должно быть нечётным, а т.е. нужно подобрать изнач. цифры под это усл., далее двигаемся аналогичным методом до самого начала „приятного числа". Нужно, чтобы в числе было нечётное кол-во цифр => число, полученное при перемножении первых цифр начальных чисел в сумме с добавлением от того, что мы получили в предыдущем разряде будет давать двузначное число и в разряде десятков у него должно быть нечётное, как и в разряде единиц нечётные цифры. Как гарантировать все эти условия?

=> Пользуясь этим алгоритмом мы сможем получить a и b и число выходящее из них (Зная изначально только кол-во цифр первых чисел) => мы всегда можем увеличить длину числа на +2 а это значит, что кол-во таких чисел ∞. ■

~ 3.

Дано: △ABC; окр. впис., $b_{DE}(A) = M$; $b_{DF}(A) = N$; D, E, F пер. △ABC с окр.

Док-ть: MENF – параллелограмм

Док-во:

1. $AF = AE$ (т.к. 2 касательные из одной точки)

2. $[AM] \cap (DE) = O$

$AO = OM$, т.к. $\sigma_{DE}(A) = M \Rightarrow (DE)$ – сер. пер. для $[AM]$ (базовое ГМТ)

$\Rightarrow \triangle AEM$ – р/б $\Rightarrow AE = AM$

Аналогично для $\triangle NFA \Rightarrow NF = FA$. $(NA \cap DF = Q)$

3. Из первых 2-х пунктов $\Rightarrow AF = AE = NF = AM$ ✓

4. Т.к. мы воспользовались осевой симметрией ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ $\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ (~~по транзитивности~~) и обе наши прямые относительно которых мы отражали идут из т. D $\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $AD = DM$ и $AD = DN$

не доказано

$\Rightarrow DM = DN$ и $\angle DME = \angle DNF \Rightarrow \triangle NDF = \triangle MDE$ (по 2 сторонам и ∠) $\Rightarrow$

неверно

$ED = FD \Rightarrow \triangle DFE$ – р/б. $\Rightarrow AD \cap EF = G$ и т.к. DFE – р/б $\Rightarrow AD$ – медиана, бис, высота $\Rightarrow EG = GF$ – ~~правило~~ и $NG = MG$, а это правило диагоналей параллелограмма (диагонали параллелограмма ∩ в т., которая явл. центром этих диагон.) $\Rightarrow MENF$ – параллелограмм ■

∓

Бланк ответов