ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101252906418

Титульный лист

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Фамилия ТРОТТ

Имя МАРГАРИТА

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 21 04 2006

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 259

Телефон 89995821844

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101252906418

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	03	00	25	00						
Балл члена жюри №2	03	00	25	00						

Итоговый балл 028

Подпись члена жюри №1

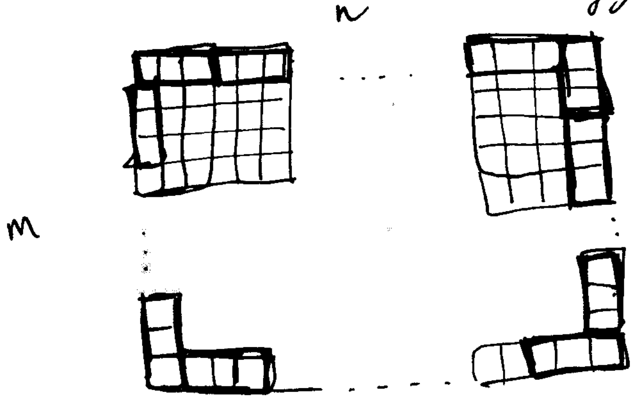
Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

1) Заметим, что $(n-1)\vdots 3$ и $(m-1)\vdots 3$, тогда можем разделить клетки, составляющие периметр следующим образом:



то есть всегда оставлю 1 клеточку на следующий ряд.

Значит количество троек, составляющих периметр:

$$k = \left(\frac{(n-1)}{3} + \frac{(m-1)}{3}\right)\cdot 2$$

По условию сумма чисел каждой тройки — 32, значит сумма чисел по периметру:

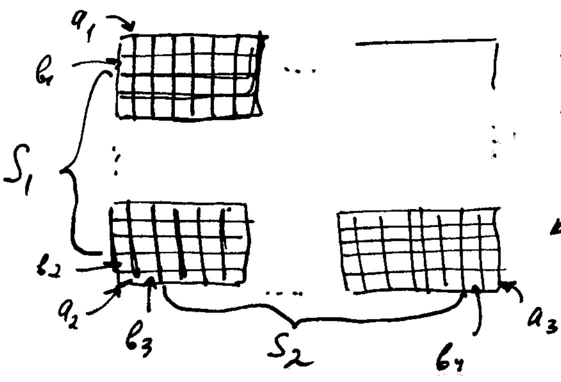
$$S = 32\cdot 2\cdot\left(\frac{n-1}{3}+\frac{m-1}{3}\right) = 64\cdot\left(\frac{255}{3}+\frac{1023}{3}\right) =$$

$$= 64\cdot(85+341) = 64\cdot 426 = 27264$$

$255 : 3 = 85$; $1023 : 3 = 341$; $341 + 85 = 426$; $426 \cdot 64$: 1704, 25560, 27264

Ответ: 27264

2) Посмотрим, чему вообще могут равняться угловые клетки.



Пусть у нас есть некая таблица. ~~Обозначим~~ Будем рассматривать лишь её часть (показанную на рисунке). Обозначим 3 угловых клетки таблицы как a_1, a_2, a_3. Также обозначим 4 соседних клетки для уже обозначенных как b_1, b_2, b_3, b_4. Пусть сумма клеток между b_1 и b_2 — S_1, а сумма клеток между b_3 и b_4 — S_2. Заметим, что если мы будем рассматривать сумму всех возможных троек, то выделяющихся по периметру, то клетки между b_1 и b_2, b_3 и b_4 попадут в эту сумму по 3 раза, клетки b_1, b_2, b_3, b_4 по 2 раза, клетки a_1, a_3 1 раз, клетка a_2 один раз для троек в строке и второй раз для троек в столбце.

Заметим, что количество троек, которые можно выделить в столбце — $m-2$, а в строке — $n-2$.

см. обратн. стр.

Задание 3

Заметим, что какую бы перестановку от 1 до n мы не выбрали, в любом случае граф, в котором ребро выходит из вершины ~~...~~ с номером i и входит в вершину с номером, который находится на позиции i в перестановке, разделится каким-то образом на циклы, потому что номера — числа от 1 до n, и значения, находящиеся на этих номерах так же числа от 1 до n.

$S(X) = \sum_{x \in X} 2^x$, ~~то~~ есть функция $S(X)$ от цикла X —

— сумма степеней двойки, с номерами вершин входящих в данный цикл. Заметим, что числа у нас от 1 до n, значит каждая степень двойки будет встречаться 1 раз. Если перевести число 2^x в двоичную систему счисления, то получится число с единственной единицей — на x-ой позиции, начиная с 0. Так как все x у нас разные, то при сложении 2^x никогда не окажется такого, что в обоих числах будет единица в одинаковом разряде. Значит, в двоичной системе счисления число $S(X)$ — такое число, в котором единицы стоят в ~~...~~ разрядах, номера которых — номера вершин, входящих в цикл. То есть, если у нас есть такой цикл:

$1 \to 2 \to 3$, то $S(X) = 1110_2$

xor — функция, при применении которой в i-ом разряде будет 0, если значения операндов в i-ом разряде одинаковые и 1 иначе. Как было сказано в начале, любая перестановка в любом случае разделится на какое-то число циклов. То есть 1 в i-ом разряде ($i \in 1..n$) будет встречаться ровно 1 раз среди всех полученных значений $S(X)$. Из этого следует, что для каждой перестановки значение $g(P)$ всегда будет $\underbrace{11\ldots1}_{n}0$.

Заметим, что при применении функции XOR к одному и тому же числу четное количество раз, то результат будет зависеть от количества раз, которое была применена данная операция: если оно чётное, то результатом будет 0, иначе результатом будет исходное число.

см стр. 2

В данной задаче количество применений операции XOR зависит от количества перестановок последовательности от 1 до n. Как известно, это n!.

В числе n! всегда присутствует множитель 2, кроме случая, когда n = 1. Из этого можно сделать вывод, что при n = 1 результат операций = $10_2 = 2$

+ 25б

При n > 1 результат — 0.

Задание 4

1) Посчитаем то, что сказано в задании:

$F(10,7) = gcd(1,7) + gcd(2,7) + gcd(3,7) + gcd(4,7) + gcd(5,7) +$
$+ gcd(6,7) + gcd(7,7) = 1+1+1+1+1+1+7 = 6+7 = 13$

+1+1+1 ?

−

2) Заметим, что

$1621620 = 16380 \cdot 99$

$16380 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 31$

−

~~Рассмотрим все делители числа 16380:~~

~~2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 15; 20~~

Бланк ответов