ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302700267086

# Титульный лист

**Направление**
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

**Класс**
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

**Фамилия** ПРИХОДЬКО

**Имя** МИХАИЛ

**Отчество** АЛЕКСАНДРОВИЧ

**Дата рождения** 07 01 2006

**Город участия** ТЮМЕНЬ

**Аудитория** 409

**Телефон** 89123346357

**Дата** 05 02 2024 **Подпись**

**Пример заполнения**
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302700267086

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление** ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

**Город участия** Тюмень

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 20 | 0 | 5 | – | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 20 | 0 | 5 | – | | | | | |

**Итоговый балл** 45

**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

# Бланк ответов

№1

При сложении 6 сумм чисел в вертикалях квадрата мы получаем сумму всех чисел в клетках, т.е чисел от 1 до 36. Аналогично происходит при сложении 6 сумм чисел в горизонталях. Поэтому все 12 сумм последовательных чисел в сумме дадут удвоенную сумму чисел от 1 до 36.

Сумма чисел от 1 до 36 = $S_0 = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 666$.

Сумма 12 последовательных сумм = $S_1 = 2S_0 = 1332$.

Пусть наименьшая сумма из 12 = $K_1$

тогда $S_1 = K_1 + K_1 + 1 + K_1 + 2 \dots + K_1 + 11 = 12K_1 + 66$.

Значит $K_1 = \frac{S_1 - 66}{12} = \frac{1332-66}{12} = \frac{1266}{12} = \frac{211}{2}$. ~~Значит~~

Но $K_1$ не может быть равно нецелому числу, а $\frac{211}{2}$ - нецелое. Значит нельзя расставить числа от 1 до 36 в клетки квадрата.

+

Ответ: нет.

№4

Раскрасим доску 8×8 в 3 цвета: (1), (2), (3):

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |

всего будет 21 клетка цвета (2); 21 цвета (3) и 22 цвета (1).

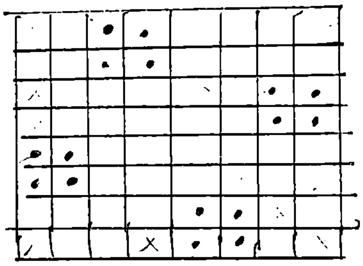
Каждый уголок покрывает максимум 2 клетки одного цвета, 2 клетки другого и 1 третьего.

(т.к поставив фигуру на клетку x сверху и снизу будут |x+2| и |x-2|, а слева и справа будут так же |x-2| и |x+2|. Согласно раскраске ~~клетки по одной диагонали имеют один цвет и если угол из клетки x в направлениях, отличных на 90 градусов, то мы попадем на~~

Тогда чтобы покрыть 22 клетки (1) нужно хотя бы $\frac{22}{2}=11$ фигур.

смотря куда ставить оборотной

Тогда покроется 21 клетка другого цвета ((2) или (3)) и останется $21-11\cdot 1=10$ клеток последнего цвета. Для него тоже нужно хотя бы $\frac{10}{2}=5$ фигур. В сумме получается $11+5=16$ фигур.



Пример на 16

— пример

∓

Ответ: 16

№2

Из $a^2+b^2+c^2+2abc=1$ следует, что: $1-b^2-c^2=a^2+2abc$

Первая скобка неравенства $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}$ равна: $a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2}$

Подставив следствие из условия:

$a\sqrt{1-b^2-c^2+(bc)^2}=a\sqrt{a^2+\cancel{2abc}\,2abc+(bc)^2}=a\sqrt{(a+bc)^2}=a|a+bc|=$

$=a^2+abc.$

Действуя аналогично для двух других слагаемых в неравенстве, получим:

$\underbrace{a^2+abc}+\underbrace{b^2+abc}+\underbrace{c^2}+abc\ge 2\sqrt{abc}$

$1+abc\ge 2\sqrt{abc}$

$(\sqrt{abc})^2-2\sqrt{abc}+1\ge 0$

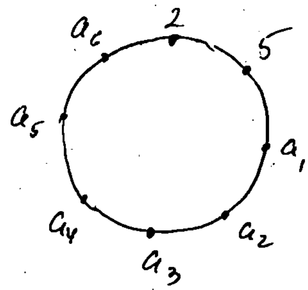
$(\sqrt{abc}-1)^2\ge 0$ — всегда т.к. квадрат ~~корень~~ не может быть $<0$.

Ч.Т.Д.

+

№3

Докажем, что 4 и 6 стоят рядом




число $a_1$ может быть 1/3/7. Все эти числа нечет. Значит $a_1$ - всегда нечет.

Т.к $a_1$ - нечет, то все его делители нечет. =>
=> $|5-a_2|$ = нечет => $a_2$ - чет. всегда

Среди чисел от 1 до 8 нет ни одного составного нечетного числа
Значит все их делители либо само число, либо 1.

$a_6$ может быть 6/4/7/3.

Если $a_6$ - нечет., то $a_5$ всегда нечет. => $a_4$ и $a_3$ - всегда чет.
Значит числа 6, 8, 4 стоят ~~подряд~~ рядом. и находятся в $a_4$ $a_3$ и $a_2$.
Но такого не может быть т.к тогда $a_2$ : |нечет ∓ чет| и $a_3$ : |чет-чет|
неверно
Значит $a_6$ - четное => $a_5$ тоже чет. $a_5 \neq 8$, т.к $8 > a_i$, $i \in [1;6]$
Значит $a_5$ четное и не равно 8.

Тогда $a_6$ и $a_5$ - чет, $a_6 \neq 8$, $a_5 \neq 8$ => 6 и 4 стоят рядом

ч.т.д

Бланк ответов