ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101756423590

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Фамилия ПАПУЛОВ

Имя ВЛАДИСЛАВ

Отчество РОМАНОВИЧ

Дата рождения 16 12 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ГУК401

Телефон 89920224442

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101756423590

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:05 до 13:09

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	~~20~~ 0	20	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	20	5	-					

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 Задача

домножаем ещё на 2 т.к. каждое число считается по верт. и горизонт.

сумма всех ~~чисел~~ сумм строчек и столбцов в квадрате равна $\frac{(36+1)}{2}\cdot 36\cdot 2$

$\frac{(36+1)}{2}\cdot 36\cdot 2 = 1332$ V

Пусть у нас будет 72 сумм в столбцах и строках, которые являются ~~числами~~ некими последовательными ~~...~~

$k; k+1; k+2; \ldots; k+11$ где ~~k~~ k - наименьшая сумма в столбце/строке

Тогда сумма сумм во всех столбцах/строках будет равна $\frac{2k+11}{2}\cdot 72$ и по совместительству $\frac{2k+11}{2}\cdot 72 = 1332$

Найдём k

$\frac{2k+11}{2}\cdot 72 = 1332$ V

$(2k+11)\cdot 6 = 1332$

$2k+11 = 222$

$2k = 211$

$k = 105{,}5$

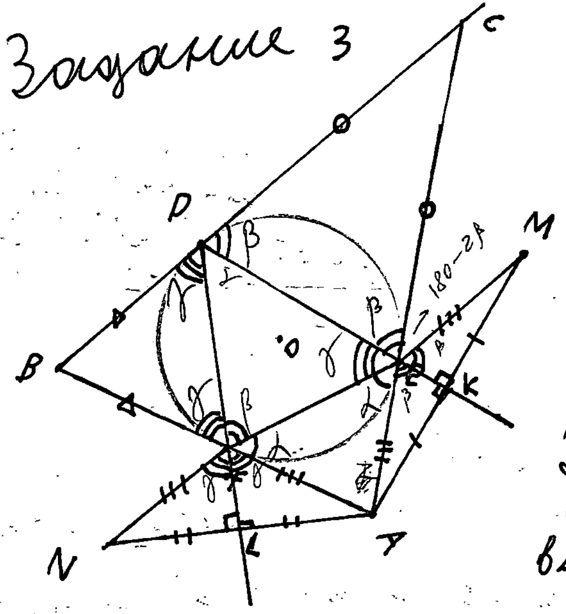
Как известно сумма натуральных чисел не может быть дробной, значит невозможно расставить числа от 1 до 36 по условию.

+

~~3 Задача~~

См. обратную сторону листа

Задание 3



Дано: $\triangle ABC$ ~~окр. О вписана в △ABC~~

Окр. О вписана в $\triangle ABC$ и касается сторон BC, CA и BA в точках D, E, F соответственно. Точки M и N симметричны A относительно DE и DF соответственно; остальные точки см. рис.

Доказать, что $MENF$ - параллелограмм

Док-во: т.к. AE и AF - касательные к О, то ~~они равны~~ $AE = AF$ ✓

в $\triangle AEM$ и $\triangle AFN$ EK и EL - одновременно и медианы и высоты значит оба $\triangle$ равнобедренные и из этого $ME = EA = AF = FN$ нам нужно только, что $FN = ME$ (+)

Теперь рассмотрим $\triangle EAF$, в нём $\angle FEA = \angle EFA = \frac{\angle ABC + \angle ACB}{2}$

т.к. $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180$ и $2\angle FEA + \angle BAC = 180^\circ$

аналогично: $\angle CDE = \angle CED = \frac{\angle CBA + \angle CAB}{2}$ и $\angle BDF = \angle BFD = \frac{\angle BCA + \angle BAC}{2}$

~~т.к.~~ Пусть $\angle AEF = \alpha$ $\angle CED = \beta$ и $\angle BFD = \gamma$

Таким образом $\alpha + \beta + \gamma = \frac{2(\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB)}{2} = 180$ (+)

из этого следует, что $\angle DEF = \gamma$ и $\angle DFE = \beta$ ✓

$\angle AFL = \gamma$ как вертикальный и $\angle NFL = \alpha$ т.к. FL - биссектриса

$\angle KEA = \angle MEK = \beta$ т.к. EK - биссектриса и $\angle KEA$ и $\angle CED$ - вертикальные

Таким образом $\angle CEM = 360^\circ - (\alpha + \beta \cdot 3 + \gamma) = 180 - 2\beta$

$\angle NFE = 2\gamma + \alpha$ накрест лежащий ему через секущую FE ✓

угол $\angle FEM = \gamma + \beta + \underbrace{180}_{=\alpha+\beta+\gamma} - 2\beta = 2\gamma + 2\beta + \alpha - 2\beta = 2\gamma + \alpha$

значит $NF \parallel EM$ и в четырёхугольнике ~~NF~~ $MENF$ две стороны параллельны и равны, значит он является параллелограммом ч.т.д. (+) верно

!Примечание! если $\triangle ABC$ - равнобедренный и его основание это BC, то ~~такого~~ четырёхугольника не будет существовать, т.к. все ~~точки~~ 4 точки M, E, N, F будут лежать на одной прямой.

Задача 4 Все клетки можно разделить в этой группе нет вампиров.

в примере

1	2	3	4	1	2	3	4
5	6	7	8	5	6	7	8
3	4	1	2	3	4	1	2
7	8	5	6	7	8	5	6
1	2	3	4	1	2	3	4
5	6	7	8	5	6	7	8
3	4	1	2	3	4	1	2
7	8	5	6	7	8	5	6

На 8 групп так, чтобы ни один вампир ~~не мог~~ который стоит на клетке i-ой группы не мог так сходить чтобы попасть на клетку j-ой группы ($i \neq j$)? пример такого разбиения можно увидеть на рисунке слева.

Заметим что в каждой из 8 групп по 8 клеток. каждый вампир бьёт максимум 5 клеток и что?

Значит в каждую такую группу нужно поставить почему? минимум по 2 вампира и всего на всём поле должно стоять минимум 16 вампиров. Это оценка.

а вот и пример

оценка —

пример +5б

		В	В	В	В		
		В	В	В	В		
		В	В	В	В		
		В	В	В	В		

✓

Задача 2

Пойдём от противного, допустим, что нет ~~такой~~ такого i, что $a_i^2 \geqslant 2a_{i+1}-1$ значит в любом случае выполняется $a_i^2 < 2a_{i+1}-1$ и $a_{2023}^2 \leqslant 2a_1-1$

Т.к. $a_{2023}^2 \geqslant 0$, то и $2a_1-1 \geqslant 0 \Rightarrow a_1 \geqslant 0{,}5$

действ. числа

Из того, что $a_i^2 < 2a_{i+1}-1$ и $a_1 \geqslant 0{,}5 > 0$ получаем, что все a_j-положительные ~~[illegible]~~ ($1 \leq j \leq 2023$) и также все a от 2 до 2023 больше 0,5

Тут так вышло, что если ~~a_1~~ $a_2 > 0{,}5 \Rightarrow a_3 > 0{,}625$ ($a_3 \cdot 2 - 1 > (0{,}5)^2$)

Значит ~~[illegible]~~ $a_{i+1} >$ продвижений нет. 0б.

Бланк ответов