ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101059549246

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11
Фамилия	ТУРЯНСКИЙ
Имя	ПАВЕЛ
Отчество	ОЛЕГОВИЧ
Дата рождения	06 11 2008
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	М-428
Телефон	89120457725

Дата 05 02 2024 Подпись

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101059549246

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [x] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [ ] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	10	0	0					
Балл члена жюри №2	0	20	14	0	0					

Итоговый балл 32

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

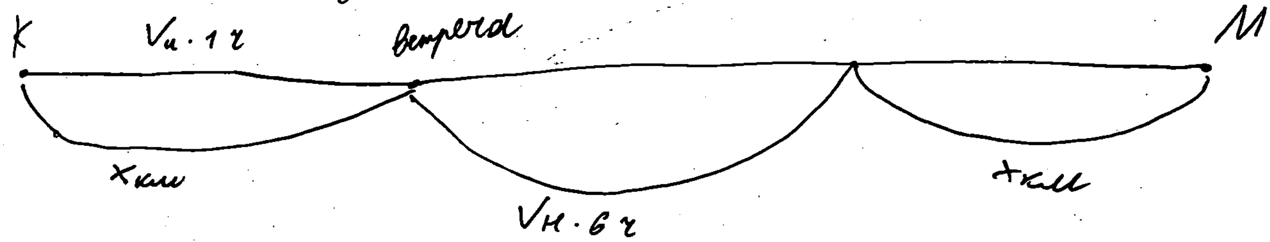
Лист №1

Чистовик

Задание 2

$V_и$ — скорость Ильи

x км — расстояние от Киева до встречи Ильи и Настасьи



$X = V_и \cdot 1ч$

~~За один и тот же участок времени Илья проходит расстояние $x + V_н \cdot 6ч$, в то время как Настасья x. Если Илья за 1 час проходит x км, значит, Настасья~~

$$\frac{V_н \cdot 6ч + x}{V_и} = \frac{x}{V_н}$$

$$\frac{V_н \cdot 6ч + V_и \cdot 1ч}{V_и} = \frac{V_и \cdot 1ч}{V_н}$$

$$\frac{6V_н + V_и}{V_и} = \frac{V_и}{V_н}$$

$V_и > V_н$

$$V_и^2 = V_н(6V_н + V_и)$$

$$V_и^2 = 6V_н^2 + V_н V_и$$

$$V_и^2 - 6V_н^2 - V_н V_и = 0$$

$$V_и^2 - V_н V_и + \frac{1}{4}V_н^2 - \frac{25}{4}V_н^2 = 0$$

$$\left(V_и - \frac{1}{2}V_н\right)^2 \mp \frac{25}{4}V_н^2 = 0$$

$$\left(V_и - \frac{1}{2}V_н - \frac{5}{2}V_н\right)\left(V_и \cancel{+} - \frac{1}{2}V_н + \frac{5}{2}V_н\right) = 0$$

$$(V_и - 3V_н)(V_и + 4V_н) = 0$$

1в.

$V_и - 3V_н = 0$

$V_и = 3V_н$

2в.

$V_и + 4V_н = 0$

$V_и = -4V_н$

Не подходит, т.к. $V_н$ не может быть меньше нуля

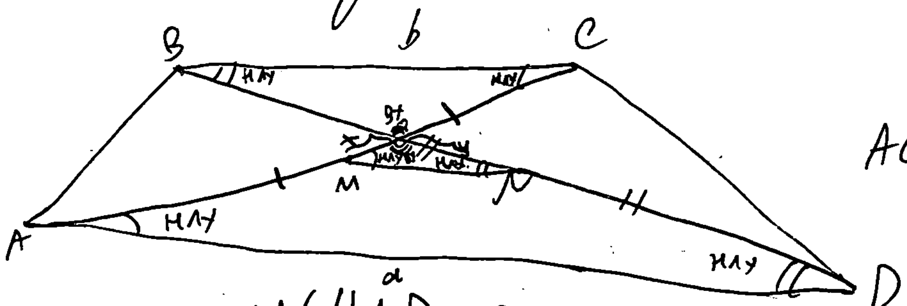
$V_и = 3V_н$

Если Илья пройдёт расстояние за час, то Настасья — за 3 часа, значит, ей идти $3 - 1 = 2$ часа

+

Лист №2

Задача 4



MN || AD, т.к. M - середина AC и N середина BD.

MN || AD || BC

$a \cdot b = 7! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7$

$\triangle MNO$ и $\triangle BOC$ подобны (т.к. все 3 угла равны)

$\cancel{\dfrac{b}{НОД(a;b)} =}$

$$\frac{b}{НОД(a;b)} = \frac{\frac{1}{2}AC - x}{x} = \frac{\frac{1}{2}BD}{y}$$

$\triangle AOD$ и $\triangle BCO$ подобны

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{2}AC + x}{\frac{1}{2}AC - x} = \frac{\frac{1}{2}BD + y}{\frac{1}{2}BD - y}$$

$$\frac{1}{4}aAC - aACx + ax^2 = \frac{1}{4}bAC - bx^2$$

$$\frac{1}{4}aAC + ax^2 - \frac{1}{4}bAC + bx^2 = aACx$$

$$\frac{1}{4}AC(a-b) + x^2(a+b) = aACx$$

Выходит, из которых ход решения не просматривается

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{2}AC + x}{\frac{1}{2}AC - x} = \frac{\frac{1}{2}BD + y}{\frac{1}{2}BD - y}$$

$$\frac{\frac{1}{2}AC + x}{\frac{1}{2}AC - x} = \frac{(\frac{1}{2}AC + x)(\frac{1}{2}AC - x)}{(\frac{1}{2}AC - x)^2} = \frac{\frac{1}{4}AC - x^2}{(\frac{1}{2}AC - x)^2}$$

$$\frac{\frac{1}{2}BD + y}{\frac{1}{2}BD - y} = \frac{(\frac{1}{2}BD + y)(\frac{1}{2}BD - y)}{(\frac{1}{2}BD - y)^2} = \frac{\frac{1}{4}BD - y^2}{(\frac{1}{2}BD - y)^2}$$

$$\frac{\frac{1}{4}AC - x^2}{(\frac{1}{2}AC - x)^2} = \frac{a}{b}$$

$$a\left(\frac{1}{2}AC - x\right)^2 = \left(\frac{1}{4}AC - x^2\right)b$$

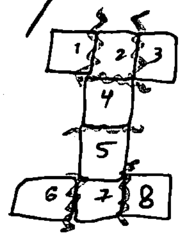
$$a\left(\frac{1}{4}AC - ACx + x^2\right) = \left(\frac{1}{4}AC - x^2\right)b$$

Бланк ответов

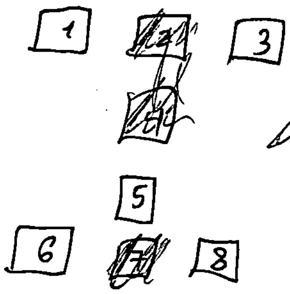
Задача №1.

Да.

Пример



Вырежем клетки 2, 4 и 7. Фигура распадётся на 8 частей   нет, только на 5



Это можно сделать и в 4 действия, вырезав сначала, допустим, крайнюю шестую клетку, а потом клетки 2, 4 и 7

Фигуру можно разрезать ~~на~~ 3 разрезами (разрез - вырез квадратика)

Можно разрезать и 4 разрезами вырезав в первом действии клетку, которая бы сама отпала при вырезе другой клетки.

Задание №3   неверно понято условие

$$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ca}=c^3+\frac{1}{ab}$$

$$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ca}$$

Продолжение на обороте

Задание №3 (продолжение)

$$a^3+\frac{1}{bc}-b^3-\frac{1}{ca}=0$$

$$a^3-b^3+\frac{1}{bc}-\frac{1}{ca}=0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a}{abc}-\frac{b}{abc}=0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a-b}{abc}=0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+(a-b)\cdot\frac{1}{abc}=0$$

$$\cancel{(a-b)\left(\frac{a^2+ab+b^2+1}{abc}\right.}$$

$$(a-b)\left(a^2+ab+b^2+\frac{1}{abc}\right)=0$$

$a-b\neq 0$, т.к. a и b – различные числа

$\Downarrow$

$$\left[a^2+ab+b^2+\frac{1}{abc}=0\right]$$

Это невозможно $a^2+ab+b^2<0$?

но далее разбираю

$$\frac{a^2abc}{abc}+\frac{ababc}{abc}+\frac{b^2abc}{abc}+\frac{1}{abc}=0$$

$$\frac{a^2abc+ababc+b^2abc+1}{abc}=0$$

$abc\neq 0$, т.к. делить на ноль нельзя

$\Downarrow$

$$a^2abc+ababc+b^2abc+1=0$$

$$a^3bc+a^2b^2c+b^3ac+1=0$$

$$abc(a^2+ab+b^2)+1=0$$

$$abc(a^2+ab+b^2)\leq 0$$

1) в. $abc<0$

2) в. $abc>0$

1в. $abc<0$

Здесь либо все числа отрицательны, либо 1 отрицательно

~~[illegible]~~

$a^2+ab+b^2>0$

$a^2+ab+b^2<0$

$a^2+ab+b^2>0$

$a^2>0$ ab может быть и больше и меньше нуля

$b^2>0$

Продолжение далее

можно с легкостью прийти доказать, что $abc \geq 0$! и всё!

Задача №3. Продолжение

2в. $abc > 0$. $a^2+ab+b^2<0$

Здесь либо все числа положительны, либо 2 отрицательны

$a^2+ab+b^2<0$ $a^2>0$ $b^2>0$

$ab<0$

$a<0;\ b \gtrless 0$

~~Для варианта~~

Получается, во 2 варианте отрицательны a и c. либо bc ~~все~~ в выражении $b^2+bc+c^2<0$ или $a^2+ac+c^2<0$. Однако это не работает. $\exists$ ~~ab~~ bc или ac становится положительным. Значит, вариант 2 не подходит

что именно?

Здесь требуется, чтобы для противоречия выполнялось сначала

$$\begin{cases} b^2+bc+c^2<0 \\ a^2+ab+b^2<0 \\ a^2+ac+c^2<0 \end{cases}$$

Одного нер-ва не хватает

верно

1в. $abc<0$ $a^2+ab+b^2>0$

$abc(a^2+ab+b^2)+1=0$

$abc(a^2+ab+b^2)=-1$

$\Downarrow$

~~$abc=-1$~~ ~~a^2+ab+b^2~~ $=1$

~~Чтобы произведение давало~~

$a^3+\frac{1}{bc}-b^3-\frac{1}{ca}=0$

~~Если все отрицательны~~

a^3 всегда <0

b^3 всегда <0

$\frac{1}{bc}$ всегда >0

$\frac{1}{ca}$ всегда

Если все числа отрицательные, то:

$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ca}=c^3+\frac{1}{ab}$

$a<b<c<0$, т.к. они не равны $\Rightarrow ac>bc>0$ $\frac{1}{ac}<\frac{1}{bc}$

или др. комбинации

$\frac{1}{ab}>\frac{1}{ac}>\frac{1}{bc}$ неверно a^3, b^3, c^3 меньше 0

$a^3>b^3>c^3$ - неверно $\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}+\frac{1}{ab}$ больше 0

~~Если одно отрицательно~~

~~Число вида~~ c^3 не доказано, что это невозможно.

~~$a^2<$~~

Данный вариант не подходит

Т.к. неравенство не будет выполняться.

Поэтому единственный вариант - когда отрицательно только одно число.

Задача №5.

Ответ: Петя. Им надо пройти одинаковое расстояние. Петя может задерживать соперника и победить таким образом!

как?