ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101312368332

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ■ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия ВЕЙГАНДТ

Имя ДМИТРИЙ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 25 05 2010

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 229

Телефон 79512501445

Дата 05 02 2024 **Подпись** Вейгандт

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101312368332

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	20	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	20	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

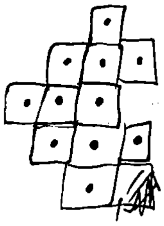
Бланк ответов

Задание 1

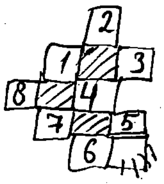
Ответ: нет, так утверждать нельзя.

Пример:

— одна клетка



из этой фигуры можно вырезать 3 клетки так, чтобы она распалась на 8 частей



эта фигура состоит из 11 клеток, если из неё удалить 4 клетки, то останется 7, так как одна часть состоит минимум из 1 клетки, то получить 8 частей не получится, так как $7 < 8 \cdot 1$

(+)

Задание 3

$$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ca}=c^3+\frac{1}{ab} \quad /\cdot abc$$

$$a^4bc+a=ab^4c+b=abc^4+c$$

Рассмотрим

$a^4bc+a=ab^4c+b$

$a^4bc-ab^4c=b-a$

$abc(a^3-b^3)=b-a \quad /\cdot(-1)$

$-abc(a^3-b^3)=a-b$

$-abc(a-b)(a^2+ab+b^2)=a-b \quad /:(a-b)$ $a\neq b$ (по условию)

$-abc(a^2+ab+b^2)=1$

$a^2+ab+b^2=-\frac{1}{abc}$ V

аналогично

Рассмотрим

$a^4bc+a=abc^4+c$

$a^4bc+a-abc^4=c$

$abc(a^3-c^3)=c-a \quad /\cdot(a-c)$

$-abc(a^2+ac+c^2)=1$

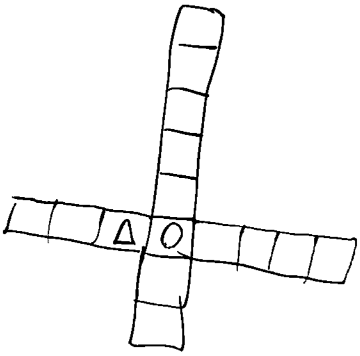
$a^2+ac+c^2=-\frac{1}{abc}$

$$\begin{cases} a^2+ac+c^2=-\frac{1}{abc} \\ a^2+ab+b^2=-\frac{1}{abc} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a^2+ac+c^2=a^2+ab+b^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow ac-ab=b^2-c^2 \Rightarrow$ см. страницу 2

продолжение задачи 5



аналогично

но:

если O ходил ~~на~~ на предыдущем ходе, то Петя не изменит очередность.

если Δ ходил на предыдущем ходе то Петя сходит на 2 O и выиграет, ч.т.д.

Ответ: Петя.

Продолжение задачи 3

$ac - ab = b^2 - c^2$

$a(c-b) = b^2 - c^2 = (b-c)(b+c)$

$-a(b-c) = b^2 - c^2 \quad /:(b-c)$

$a+b+c=0$ $b \neq c$ (по условию)

$-a = b+c$

$a = -(b+c)$ $a; b; c$ — не равны 0, т.к. в противном случае $\frac{1}{ab}$ или $\frac{1}{ac}$ или $\frac{1}{bc}$ можно представить как $\frac{1}{0}$.

1) если все переменные ($a; b$ и c) положительные и различные, то

$\boxed{b+c}$ — положительное, а $\boxed{-(b+c)}$ — отрицательное

$a = -(b+c) \Rightarrow a$ — отрицательное, но все переменные (в этом варианте) положительные $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ такого быть не может

2) если все переменные ($a; b$ и c) ~~положительные~~ отрицательные и различные, то

$\boxed{b+c}$ — отрицательно, а $\boxed{-(b+c)}$ — положительное

$a = -(b+c) \Rightarrow a$ — положительное (аналогично как в пункте 1)) противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ такого быть не может

3) если две переменные из ($a; b$ и c) отрицательные, то и различные (все)

а) если (a и b) < 0, то

1) $b^3 + \frac{1}{ca} < 0$, т.к. $b^3 < 0$ ($b<0$) $ca < 0$ ($c>0$ и $a<0$)

2) $c^3 + \frac{1}{ab} > 0$, т.к. $c^3 > 0$ ($c>0$) $ab > 0$ ($a<0$ и $b<0$)

что-то <0 никогда не равно чему-то >0 $\Rightarrow$

$\Rightarrow b^3 + \frac{1}{ca} \neq c^3 + \frac{1}{ab}$, противоречие

б) если (c и b) <0 (аналогично) противоречие

в) если (c и a) <0 (аналогично) противоречие

$\Rightarrow$ такого быть не может

если отрицательных 0; 2 или 3 (среди $a; b$ и c), то такого быть не может

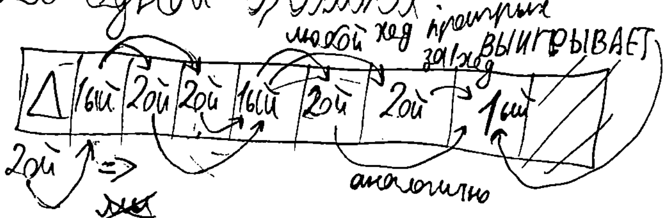
в противном случае такое быть может.

~~Например при $a = 2; b = -5; c = 3$.~~

ч. т. д.

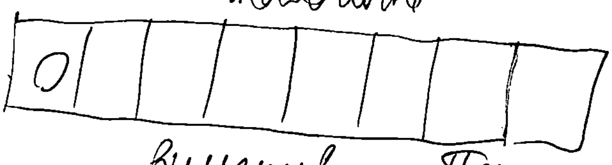
Задание 5

1) Для одной фишки:



~~мы~~ победим (не мы, а Петя)
т.е. первый ходящий

2) аналогично



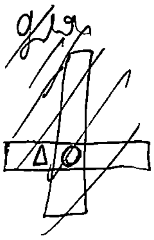
выигрывает Петя

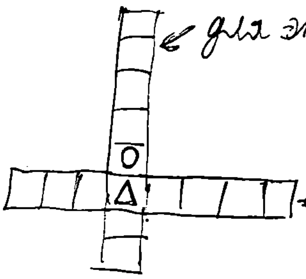
пусть ~~мы всё время ходи~~ ~~(Петя)~~

Докажем, что всегда выиграет ~~первый~~ игрок

пусть Петя ходит только O, если противник на прошлом ходу ходил O и в самом начале ~~O~~ Петя ходит O.

Если противник сходил Δ, то Петя ходит Δ.
Если бы не + пересечение, то выиграл бы Петя.
если + нам чем-то помешало:





для этой линии выиграет Вася (5ая позиция)

для этой линии выиграет Петя (4ая позиция)

~~Но Петя должен сходить~~

Если последний ход за Δ, то Петя поменяет ~~"чётность"~~ НЕ "очерёдность" ходов сходив Δ, и всё равно выиграет

Если последний ход за O, то Петя подвинет Δ на 1 клетку. Получится ситуация проигрышная для первого ходящего игрока, т.е. Васи ⇒ Петя выиграет ч.т.д.

~~Ответ~~ см. продолжение

−0б

Задача 2

обозначим ~~ск~~ скорость Ильи за V_1, а Настасии за V_2

S – весь путь

$$\begin{cases} \frac{S}{V_1+V_2}\cdot V_1 - 6V_2 = \frac{S}{V_1+V_2}\cdot V_2 \\ \frac{\frac{S}{V_1+V_2}\cdot V_2}{V_1} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{S}{V_1+V_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow ? = \frac{S}{V_1+V_2}$$

? – это ответ на задачу

$$\frac{\frac{S}{V_1+V_2}\cdot V_1 - 6V_2}{V_2} = ? \text{ (ответ)}$$

$$\frac{S}{V_1+V_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2}\cdot V_1 - 6V_2 = \frac{V_1}{V_2}\cdot V_2$$

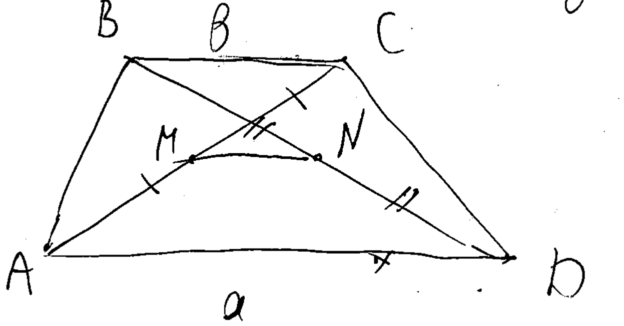
$$\frac{\frac{V_1^2}{V_2} - 6V_2}{V_2} = ?$$

$$\frac{V_1^2}{V_2} - 6V_2 = V_1$$

$$\frac{V_1^2 - 6V_2^2}{V_2} = V_1$$

$$\frac{V_1^2 - 6V_2^2}{V_2^2} = ? \Rightarrow ? = \frac{V_1}{V_2}$$

Задача 4



$ab = 7!$

$MN = НОД(a;b)$

MN — средняя линия трапеции ⇒ нет

$\Rightarrow MN = \frac{a-b}{2}$

раскидаем в a или в b

3 5 7

$НОД(a;b) = \frac{a-b}{2}$

$НОД = 2 \Rightarrow a-b = 4$

$2\cdot НОД(a;b) = a-b$

что не влияет ни на что

1 2 3 4 5 6 7

8

$\boxed{2\ \ 4}$ $\boxed{6}$

подбор

$\boxed{2\ 3}$ $\boxed{6}$

$\boxed{2\ 6}$ 5   ~~2~~ $\boxed{4}$ 3 7

a, b простые (нельзя получить НОД > 1)

$\boxed{2\cdot 6\cdot 5} = \boxed{1\cdot 3\cdot 7\cdot 4} = 84$

$= 60$

Ответ: 60; 84.