

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Б Е Л О В А

Имя Д А Р Ь Я

Отчество С Е Р Г Е Е В Н А

Дата рождения 2 3 0 7 2 0 0 6

Город участия Ч Е Б О К С А Р Ы

Аудитория 2 0 6

Телефон 8 9 0 4 7 8 8 2 7 9 5

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Город участия Ч Е Б О К С А Р Ы

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов \_\_\_\_\_ Количество черновиков к проверке \_\_\_\_\_

Время выхода с \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_

## Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	0	0	0	0	0	0
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	12	0	0	0	0	0

Итоговый балл 31

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



№4

Дано поле 8x8. Проверит оценку:

Один оборотень бьет 5 клеток, как показано в условии

В одном ряду (не важно, горизонтально или вертикально) находится по 8 клеток при самом "нашищем" ударе оборотень может атаковать 6 клеток

( $\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix}$ ) Для полного запоминания ударами двух оставшихся "неудобных" шесток можно использовать удары по ним из других рядов  $\Rightarrow$  минимальное кол-во оборотней в каждом ряду: строке и столбце возможно быть не менее 2  $\Rightarrow$  всего 8 столбцов по 2 в каждом  $\Rightarrow$  16 оборотней минимально.

Рассмотрим пример расстановки:

x	x	x	o	o	x	x	x
x	x	o	x	x	o	x	x
o	x	x	x	x	x	x	o
x	o	x	x	x	x	o	x
x	o	x	x	x	x	o	x
o	x	x	x	x	x	x	o
x	x	o	x	x	o	x	x
x	x	x	o	o	x	x	x

Стоит заметить, что получается симметричной раскладкой вида:

( $\begin{bmatrix} o & o & o \\ o & o & o \end{bmatrix}$ ), повторяющиеся в серединах граничных клеток квадрата.

Ответ: 16

№1

По условию дан квадрат 6x6, в который требуется расставить числа от 1 до 36

S <sub>1</sub>						
S <sub>2</sub>						
S <sub>3</sub>						
S <sub>4</sub>						
S <sub>5</sub>						
S <sub>6</sub>						
	S <sub>7</sub>	S <sub>8</sub>	S <sub>9</sub>	S <sub>10</sub>	S <sub>11</sub>	S <sub>12</sub>

6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являются 12 последовательных числами.

Обозначим за S<sub>i</sub> суммы в рядах квадрата тогда сумма последовательности 12 сумм можно почитать через сумму арифм. прогрессии (т.к. последовательность 12 сумм составляет арифметическую прогрессию)  $\Rightarrow$  пусть S<sub>min</sub> - минимальная сумма.

$$S_{сумма\ 12} = \frac{2a_1 + d(n-1) \cdot n}{2}$$

$$\begin{matrix} n=12 \\ a_1=S_1 \\ d=1 \end{matrix} \Rightarrow S_{сумма\ 12} = \frac{2S_{min} + 11}{2} \cdot 12 = (2S_{min} + 11) \cdot 6 = 12S_{min} + 66$$

Теперь найдем сумму всех чисел от 1 до 36, вписанных по условию в квадрат 6x6:

$$S_{36} = \frac{2a_1 + d_2(n_2-1)}{2} n_2$$

$$\begin{matrix} a_1=1 \\ d_2=1 \\ n_2=36 \end{matrix} \Rightarrow S_{36} = \frac{2+35}{2} \cdot 36 = (2+35) \cdot 18 = 37 \cdot 18 = 666$$

Так как любая клетка принадлежит одному-единственному столбцу и строке, значит при подсчете суммы данных чисел пойдет как в сумму строки, так и в сумму столбца. Следовательно сумма сумм равна удвоенному произведению суммы всех чисел:

$$S_{\text{сумм}} 12 = 2 S_{36}$$

$$666 \cdot 2 = 12 S_{\text{min}} + 66 \quad | :6$$

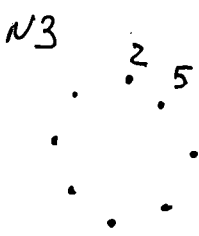
$$111 \cdot 2 = 2 S_{\text{min}} + 11 \quad | :2$$

$$111 = S_{\text{min}} + 5,5$$

$$111 - 5,5 = S_{\text{min}}$$

Но сумма любых 6 чисел от 1 до 36 всегда будет равна сумме чисел  $\Rightarrow$  Все суммы в столбцах и строках принадлежат сумме чисел  $\Rightarrow S_{\text{min}} \in \mathbb{Z}$ , как минимальная сумма  $\Rightarrow S_{\text{min}}$  не может быть равно 105,5

получает противоречие  $\Rightarrow$  Нельзя в клетках квадрата  $6 \times 6$  расставить числа от 1 до 36 (каждое по 1 разу) так, чтобы в сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке составили 12 последовательных чисел



Дано натуральные числа от 1 до 8  
Каждое делится на разность своих соседей  
2 и 5 стоят рядом  
Показать: 4 и 6 стоят рядом.

Распишем делители чисел:  
Распишем возможные пары разностей при образовании делителей:

①:

$$\begin{array}{r} 84 \\ 76 \\ 65 \\ 54 \\ \hline 43 \\ \hline 21 \end{array}$$

②:

$$\begin{array}{r} 86 \\ 75 \\ 64 \\ 53 \\ \hline 42 \\ \hline 31 \end{array}$$

③:

$$\begin{array}{r} 85 \\ 74 \\ 63 \\ 52 \\ \hline 41 \end{array}$$

④:

$$\begin{array}{r} 84 \\ 73 \\ 62 \\ 51 \end{array}$$

⑤:

$$\begin{array}{r} 83 \\ \hline 22 \\ \hline 51 \end{array}$$

- 1  $\rightarrow$  1
- 2  $\rightarrow$  2, 1
- 3  $\rightarrow$  3, 1
- 4  $\rightarrow$  4, 2, 1
- 5  $\rightarrow$  5, 1
- 6  $\rightarrow$  3, 2, 1
- 7  $\rightarrow$  2, 1
- 8  $\rightarrow$  8, 4, 2, 1, но 8 получить разностью невозможно  $\Rightarrow$  4, 2, 1

⑥:

$$\begin{array}{r} 82 \\ 71 \end{array}$$

⑦: 81

И.к. 25 стоят рядом  $\Rightarrow$  делители 5: 5, 1, смотри на 2 таблице с числом 2:

$$\begin{array}{r} 251 \\ 257 \end{array}$$

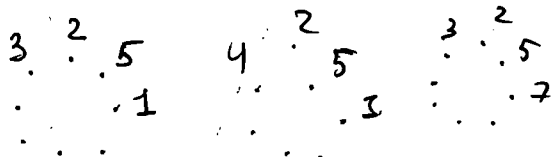
Посмотрим делители 2: 2, 1 смотри на 2 таблице:

$$\begin{array}{r} 325 \\ 425 \end{array} \quad \begin{array}{r} 625 \\ 625 \end{array}$$

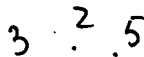
Бланк ответов

Теперь мы знаем

Ближайшая:

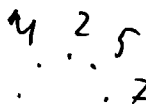
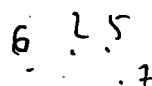
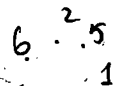


Для 7: 7 и 3 делим:



7

7 невозможно  
→ только 6 или 4



Нет 7 2 5

При делении на 5 у 2 остаток 2,

поэтому  $2 \equiv 7 \pmod{5}$

Все числа через 1 должны быть сравнимы между собой по модулю 2 или между ними

$$5 \equiv 7 \equiv 3 \pmod{2}$$

Рассмотрим комбинацию

ошибка по невыполнению условия

$$\begin{array}{ccc}
 7 & 1 & 7 \\
 4-3 & 1-3 & 7 \\
 3 & 6 & 1 \\
 6-5 & = & \frac{1}{2} = 1
 \end{array}$$

Невозможно  $\frac{3}{7-6} = \frac{3}{1} = 3$   $\frac{6}{3-2} = \frac{6}{1} = 6$

Рассмотрим четность чисел:

Рядом с 2 стоит одно нечетное число. Следовательно рядом должно быть еще одно нечетное, либо четное

Если рядом с 2 стоит 6 → рядом с 6

А рядом с 6

должна стоять 3, тк только 3 может стоять рядом с 6

3 требуется поставить справа или 7, а 8 чтобы уровнять четность.

Тогда остается один вариант, когда

рядом с 6 стоит 4

$$\frac{6}{4-2} = 3$$

$$\frac{2}{6-5} = 2$$

$$\frac{5}{2-1} = 5$$

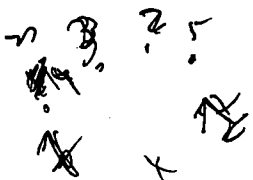
$$\frac{1}{7-6} = 4$$

$$5/2 = 7$$

x → 5/7 + невозможно

Рядом с 1 должны

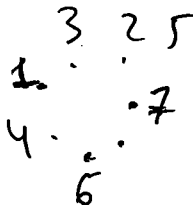
стоять числа разной четности



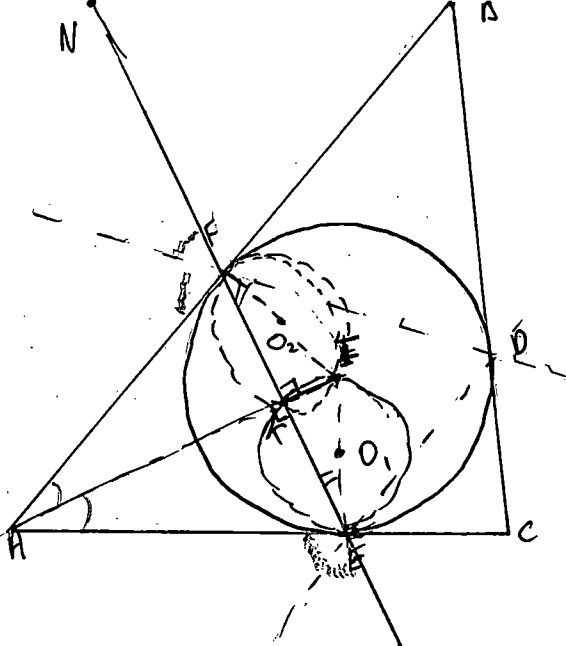
$$\begin{array}{ccc}
 6 & 2 & 5 \\
 4-3 & & \\
 6 & & \\
 7-6 & = & 3
 \end{array}$$

x → невозможно

При расстановке по кругу при условии, что 2 и 5 стоят рядом



значит 4 и 6 по соседству не могут стоять рядом 2



Дано:  
 $\triangle ABC$   
 окр  $(I; r)$  вписана в  $\triangle ABC$   
 $окр(I; r) \cap BC = D$   
 $окр(I; r) \cap AC = E$   
 $окр(I; r) \cap AB = F$   
 $M$  симметрична  $A$  отн.  $DE$   
 $N$  симм.  $A$  отн.  $DF$   
 $окр(O_1; \frac{1}{2} IE) \cap окр(O_2; \frac{1}{2} IF) = K$   
 $O_1, O_2$  - центры окр  
 на  $IE$  и  $IF$ ,  $K$  на  
 диаметре  
 Доказать:  $K \in MN$

Доказательство:

① Т.к.  $T. N$  и  $T. M$  симметричны относительно  $DF$  и  $DE$  - осей  
 $\Rightarrow AE = EM, AF = FN$  (по св-ву симметрии)  
 Т.к. окр  $(I; r)$  вписана и т.  $K$  и  $E$  точки касания  $\Rightarrow$   
 $AF = AE$  (по св-ву касательных)  $\Rightarrow AF = NF = AE = EM \checkmark$

②  $FE \cap окр(O_1; \frac{1}{2} IE) \cap окр(O_2; \frac{1}{2} IF) = K$ , т.к.  
 $\triangle AFI = \triangle IEA$  (по св-вам вписанной окр)  
 $FI = IE$  как радиусы  
 $AF = AE$  как касательные  
 $AI$  - общая  
 $\Rightarrow \triangle AFI \cong \triangle IEA$   
 $\Rightarrow \angle FKI = \angle EKI$  - высота  $\checkmark$

②  $AI$  - ось симм  
 $AF = AE$  - как кас  
 $FI = IE$  - как радиусы  $\Rightarrow \triangle AFI = \triangle AEI$  (по 3-м св-м  $\triangle$ )  
 если  $A, K, I$  лежат на одной  
 $FK$  - высота в  $\triangle AKI$ , т.к.  $\angle FKI = 90^\circ$  прямой  
 (как вписанный угол, опирающийся на  
 диаметр  $FI$ )  
 Аналогично  $\angle KEI = 90^\circ$  - высотой в окр  $(O_1; \frac{1}{2} IE)$   
 $\Rightarrow EK \perp KI$  и  $FK \perp KI$  (по св-ву высоты)  $\Rightarrow$   
 высоты в  $\triangle FIE$  в точку  $K$  одна и  
 $FE$  - одна сторона  $\triangle FIE$ , где  $K \in FE \checkmark$

③ Рассмотрим симметрию точки  $A$  относительно  
 прямых  $DE$  и  $DF$   
 $NF = FA$  (н.с)  $\Rightarrow \triangle NFA$  - равнобедр и при симметрии  
 $AE = EM$  (н.с)  $\Rightarrow \triangle MEA$  - равнобедр  $\Rightarrow$  зеркально  
 $\Rightarrow \triangle NFA = \triangle MEA$   
 (по 2-м св-м равенств  $\triangle$ )  
 $\Rightarrow \angle AFK$  - внешний угол  $\triangle NFA = 2\angle FNA$  (как равнобедр  $\triangle$ )  
 $\angle AEP$  - внешний угол  $\triangle MEA = 2\angle EAM$  (как равнобедр  $\triangle$ )  
 точки  $L$  и  $P$  - пересечение точек  $NF$  и  $EM$   
 $\Rightarrow \angle AFL = \angle AEP$   
 в одно плече  $\angle AFL = \frac{1}{2} \angle ALP \Rightarrow \angle AEP = \frac{1}{2} \angle AP$   
 т.к.  $L$  и  $P$  на одной прямой  $LNPE$

## Бланк ответов

$\rightarrow$  точки  $u$  и  $v$  лежат на окружностях  $(I, r)$  и на пересечении  
 $KE$  с этой окружностью  $\Rightarrow$  внешние точки дуг  
 $\rightarrow NFA$  и  $DAEM$  лежат на  $EF$  (по  $KL$ )  $\Rightarrow$   
 точки  $N, F, K$  и точки  $M, E, K$  лежат на  
 одной прямой  
 (т.к. точки внешних углов («внешние точки»  $p$  и  $q$ )  
 лежат на продолжении сторон  $NF$  и  $EM$ )  
 $\rightarrow$  точки  $N, K, M$  лежат на одной прямой  
 $\Rightarrow K \in NM$

а.ч.т.д.

N2  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$

$$a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a \sqrt{(a^2+c^2+2abc)} \cdot \sqrt{(a^2+b^2+2abc)}$$

аналогично с другими слагаемыми  $\Rightarrow$

~~$abc$~~

Заметим, что т.к.  $a^2 \geq 0, b^2 \geq 0, c^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{abc} \Rightarrow abc \geq 0$   
 два отриц. числа

$\Rightarrow$   
 предположить нет

$\leftarrow$  все пометить  
 невозможно  
 вариант,  
 т.к. значение  
 будет не  
 равно 1



70

33