

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия Д О Л Г О П О Л О В А

Имя И Р И Н А

Отчество П А В Л О В Н А

Дата рождения 2 5 0 8 2 0 0 9

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория М 4 2 2

Телефон 8 9 2 2 6 5 5 4 1 2 5

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия **Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____
 Время выхода с _____ до _____ :

Протокол проверки Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	23	05	02	00						
Балл члена жюри №2	23	05	02	00						

Итоговый балл **030**

Подпись члена жюри №1

Иван

Подпись члена жюри №2

[Signature]

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Задача 1

Докажем, что $2^n = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i + 1 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} + 1$

$1 = 2^0 - 1$

Подставим в выражение вместо 1 $2^0 - 1$.

Тогда получим $1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} + 2^0 - 1 = 2 \cdot 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1} = 2 \cdot 2^0 + \dots + 2^{n-1} = 2 \cdot 2^0 + \dots + 2^{n-1}$

и так далее в результате получим, что $2 \cdot 2^{n-1} = 2^n \Rightarrow$ мы доказали, что $2^n = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1} + 1$.
Вспользуемся этим. более строго получили бы при помощи метода матем. индукции, но ОК

Известно, что сумма первых k степеней двойки (начиная с 0) на 1 меньше, чем $2^k \Rightarrow$ Значит нельзя с помощью суммы степеней 2 и получить другую степень 2.

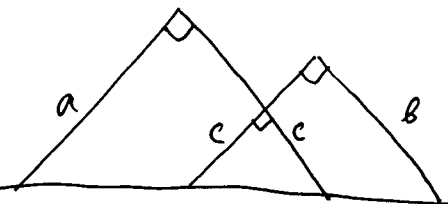
Означает, исходя из доказанного, что минимальная разность, к-ую могут достигнуть мальчики $\neq 1$, если один возьмёт первые $N-1$ пакетов, а второй

- при $N=6$ Вова берёт себе первые 5 пакетов и получает $1+2+4+8+16=31$ ручку, а другой берёт последний пакет и получает $2^5=32$ ручек. Разность = $32-31=1$ рук.
- при $N=1024$ первый берёт первые 1023 пакета и получает $2^{1024}-1$ ручку, а другой берёт 1024-ый пакет и получает 2^{1024} ручку. Разность = $2^{1024} - (2^{1024} - 1) = 1$ ручка. (+)

Ответ. Минимальная разность в обоих случаях - 1. 1) один - первые 5 пакетов, второй - последний. 2) первый берёт первые 1023 пакета, второй - последний.

Задача 3

Представим, что горы накладываются друг на друга так, что:



где a - длина катета первой горы, b - длина катета второй, а c - длина катета треугольника, получившегося в результате наложения.
 Тогда площадь поверхности поверхности и талии

Площадь талии гор $S = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{2} =$

$= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}$

гор - $2a + 2b - 2c = 1024$

$a + b - c = 512$

$a^2 + b^2 - c^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab - c^2 = (a+b)^2 - 2ab - c^2$

$(c \in [0, \min(a, b)])$



Бланк ответов

$$a^2 + b^2 - c^2 = (a+b)^2 - 2ab - c^2 = (a+b)^2 + c^2 - 2c(a+b) - 2c^2 + 2c(a+b) - 2ab =$$

$$= (a+b-c)^2 - 2c^2 + 2c(a+b) + (a+b-c)^2 + 2c(a+b-c) - 2ab = (a+b-c)(a+b-c+2c) - 2ab =$$

$$= (a+b)^2 - c^2 - 2ab$$

$$S = (a+b)^2 - c^2 - 2ab = (512+c)^2 - c^2 - 2ab = 512^2 - 1024c + c^2 - c^2 - 2ab =$$

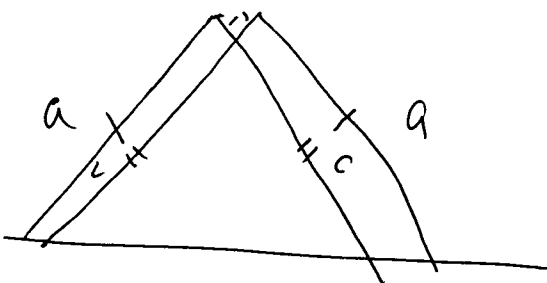
$$= 2^{18} - 2^{10}c - 2ab = 2^{16} - 2^{10}c - 2a(512+c-a) = 2^{16} - 2^{10}c - 1024a + 2ac + 2a^2$$

наим. при $c = ab = a \cdot (512 + a - a) = 256 \cdot 256$ ← наибольшее значение при $a=b=256$ и $c=0$

получим. $S = 2^{16} - 2^{10} \cdot 2^{18} -$ не подходит $S = \frac{2^{18} - 2^8 \cdot 2}{2} = 65536$

в случае, если ~~высоте~~ $c = a - 1$ и $a = b$, тогда S гор будет равна =

$$= \frac{2a^2 - c^2}{2} = \frac{2a^2 - (a-1)^2}{2} = \frac{2a^2 - a^2 + 2a - 1}{2} = \frac{a^2 + 2a - 1}{2}$$



в таком случае $a + b - c = 512$

$$a + a - (a-1) = 512$$

$$2a - a + 1 = 512$$

$$a = 511 \text{ тогда площадь } S = \frac{511 + 2 \cdot 511 - 1}{2} =$$

$$= \frac{2^9 - 1 + 2(2^9 - 1) - 1}{2} = \frac{2^9 + 2^{10} - 3}{2} = \frac{512 + 1024 - 3}{2} = \frac{1536 - 3}{2} = \frac{1533}{2} =$$

$$= \boxed{766,5}$$



Ответ. $S = 766,5$

Задача 4

С добавлением новых клеток кол-во вариантов возрастает на 18

Если дырка 1, то кол-во способов - $1 \cdot \boxed{18} - 1$

Если дырки 2, то кол-во способов - $18 \cdot \boxed{\quad} - 19$

Если дырок 3, то кол-во способов $3 \cdot 18 \Rightarrow$ кол-во способов расставления

и т.д. значит если всего будет 37

24 клетки, то кол-во способов

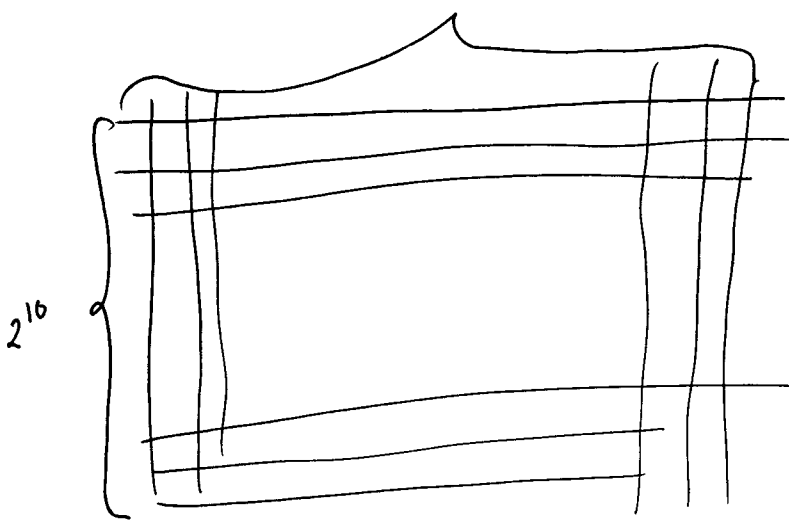
$$1 + (24-1) \cdot 18 = 1 + 23 \cdot 18. \text{ Ответ. } 1 + 23 \cdot 18 = 414$$





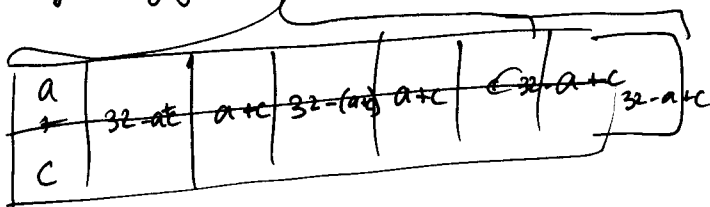
Бланк ответов

Задача 2
2⁸

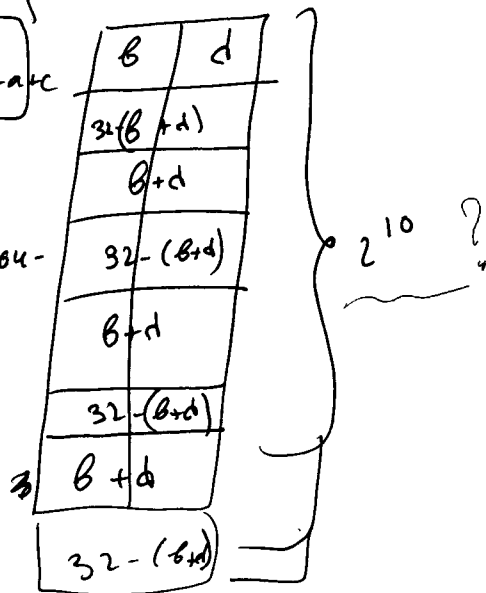


Всего 2^{18} клеток
каждая клетка, кроме периметровых удовлетворяет в 4 квадратах.
Клетки по периметру, кроме угловых удовлетворяют в 2 квадратах,
а угловые удовлетворяют лишь в 1 квадрате

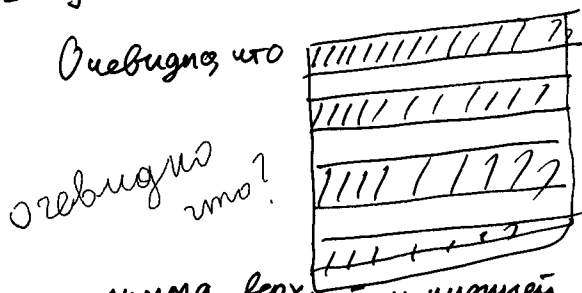
Заметим, что в любом прямоугольнике горизонтальном длиной 2^8 клеток, сумма первых 2 клеток равна сумме последних двух.



аналогично по вертикали.



Это значит, что сумма верхней строки равна ³²сумме нижней строки, а сумма левого столбца равна ³²сумме правого столбца.



$$\text{сумма верхней и нижней строки} - \frac{2^{10} \cdot 2^8}{2} \cdot 32 = 2^{19}$$

$$\text{а сумма всего правого и левого столбца} - \frac{2^8}{2} \cdot 32 = 2^{12}$$

$$\text{сумма всего периметра тогда} - 2^{19} + 2^{12} = 2^{12}(2^7 + 1) = 5 \cdot 2^{12}$$

Ответ. $5 \cdot 2^{12}$ ⊕

Угловые элементы посчитаны несколько раз

