ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101479541019

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия	БУРЫКИНА
Имя	КСЕНИЯ
Отчество	АНДРЕЕВНА
Дата рождения	19 04 2009
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	М422
Телефон	89001984729
Дата	05 02 2024
Подпись	Бур

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101479541019

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	8	20	~~20~~ 12					
Балл члена жюри №2	20	0	8	20	12					

Итоговый балл 60

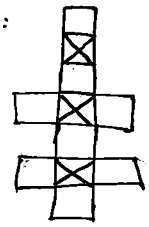
Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1. Посмотрим на части, на которые распалась фигура. Если хотя бы в одной из них есть хотя бы 2 клеточки, то мы можем вырезать одну из клеточек этой части, и количество частей не изменится. Если же все части состоят ровно из 1 клеточки, то если убрать еще одну клеточку, всего их останется только 7, и 8 частей точно не получится. Пример такой фигуры:



Всего в ней 11 клеток. При вырезании трех, клеток отмеченных крестиками, останется 8 клеточек = 8 частей. При вырезании 4 клеток, останется 7 клеток, которые нельзя поделить на 8 частей.

3.

Рассмотрим первую ~~часть~~ и вторую части этого равенства.

$$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ac}$$

$$a^3-b^3+\frac{1}{bc}-\frac{1}{ac}=0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a-b}{abc}=0.$$

Предположим, все числа ≥ 0. тогда р-м 2 случая:

1) $a>b$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)>0$$

$$\frac{a-b}{abc}>0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a-b}{abc}>0$$

2) $a<b$. $\longrightarrow$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)<0$

$$\frac{a-b}{abc}<0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a-b}{abc}<0.$$

так как н~~хуи~~ в одном из этих слу-
чаев мы не получили 0, то он нам не подходит.
Предположим, среди этих переменных две <0. 4б.
Пусть это будут a и в (с остальными аналогично)

$a<0$
$b<0$ $\quad c>0$

$$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ac}$$

$$(a-b)(a^2+ba+b^2)+\frac{a-b}{abc}=0$$

Рассмотрим также 2 случая:

1) $a>b$

$|a|<|b|$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)>0$

$\frac{a-b}{abc}>0$

$$\underbrace{}_{(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a-b}{abc}>0}$$

2) $a<b$

$|a|>|b|$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)<0$

$\frac{a-b}{abc}<0$

$$\underbrace{}_{(a-b)(a^2+ba+b^2)+\frac{a-b}{abc}<0}$$

Здесь 0 мы также не получим, р-м случай, где 4г.
все 3 числа <0:

$a<0$
$b<0$
$c<0$ тогда: $a^3-c^3+\frac{1}{bc}=\frac{1}{ab}$

$\frac{1}{ab}>0$, поэтому $\frac{1}{bc}$ должно быть $>|a^3-c^3|$

$$\frac{1}{bc}>|a^3-\cancel{b}c^3|$$

$$1>|a^3-\cancel{b}c^3|\cdot bc.$$

Мы знаем, что a, в и с - различные отрицатель-
ные (по предположению)
числа, поэтому

их <u>минимальное произведение $-1\cdot -2=2$.</u> неправда, они могут быть дробными !!

$|a^3-b^3|$ также положительное, поэтому

$|a^3-b^3|\cdot bc > 1$.

Поэтому мы можем сделать вывод, что ровно одно из этих чисел отрицательное.

$a>0$
$b>0$
$c<0$

$$a^3+\frac{1}{bc}=b^3+\frac{1}{ac}$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)+\frac{a-b}{abc}=0$$

$a>b$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)>0$

$\frac{a-b}{abc}<0$

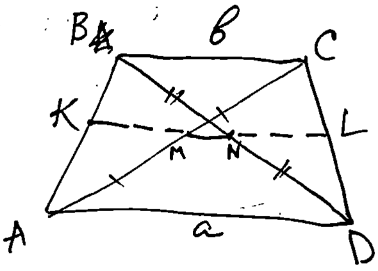
может быть $=0$

$a<b$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)<0$

$\frac{a-b}{abc}>0$

может быть $=0$

4\. 

Проведем в этой трапеции среднюю линию KL. ($K\in AB$; $L\in CD$)
$BK=KA$; $CL=LD$; $KL \parallel AD$ по построению.

Т.к. $BK=KA$ и $KL\parallel AD$; $N\in KL$ и KN – ср. линия $\triangle ABD$.

Т.к. $CL=LD$ и $KL\parallel AD$, $M\in KL$ и ML - ср. линия $\triangle ACD$.

Получается, что $MN\in KL$. Так как KM также ср. линия в $\triangle ABC$, а NL -ср. линия в $\triangle BCD$, то $MN=KL-b$. Т.к. $KL=\frac{a+b}{2}$, то $MN=\frac{a+b-2b}{2}=\frac{a-b}{2}$. V

Значит, $НОД(a, b) = \frac{a-b}{2}$. V 6я.

Посмотрим, чему может быть равен НОД.

$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

НОД не может делиться на 2^3, 2^4, 3^2, 5 или 7, т. к. эти числа могут быть делителями сразу двух чисел (a и b). Поэтому НОД может быть равен только 2; 4; 6 или 12. Р-м все варианты.

НОД=2.

$\frac{a-b}{2} = 2 \Rightarrow a - b = 4$.

$a - b = 2(\underbrace{2^{3} \cdot \_\_}_{\text{какое-то число из } 3,3,5,7} - \underbrace{\_\_}_{\text{оставшиеся числа}})$ Значение этой скобки

должно быть четно, но 2^3 - четное число, а остальные нет, поэтому их произведение нечетно и разность четного и нечетного будет нечетна. Из этого мы можем сделать вывод, что в этой скобке не может оставаться четных чисел и вариант "6" отпадает.

Остались ~~2~~ 4 и 12.

4:

$\frac{a-b}{2} = 4 \Rightarrow a - b = 8$

$a - b = 4(\text{разность 2х нечетн. чисел}) = 8$

У нас есть 3, 3, 5, 7 и нам нужно представить их как разность произведений, равную 2м.

Заметим, что с каждой стороны должно быть произведение, так как иначе минимальное возможное число $= 3\cdot3\cdot5-7=45-7=38 > 2$.

$3\cdot3-5\cdot7<0$

$3\cdot5-3\cdot7<0$

$5\cdot7-3\cdot3>2$

$3\cdot7-5\cdot3>2$

Таким образом, получить 2 мы не можем.

Остается 12.

$\frac{a-b}{2}=12 \Rightarrow a-b=24$

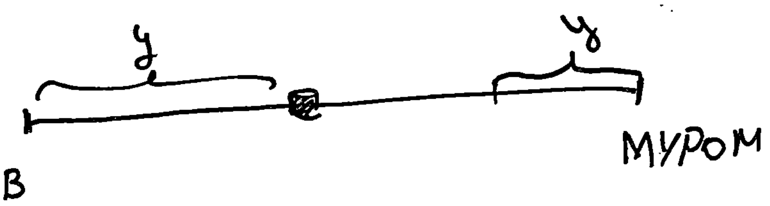
$a-b=12\cdot(7-5)=24.$

Здесь мы можем подобрать подходящие числа $\Rightarrow a=12\cdot7=84$, а $b=12\cdot5=60$. ~~где НОД = 6~~ ?

$84\cdot60=5040=7!$

$\frac{84-60}{2}=12.$

1.



Пусть Настасья шла до встречи ~~у~~ расстояние y км, за время t. Т.е. её скорость $=\frac{y}{t}$. А ~~[illegible]~~ потом она шла 6 часов, т.е. расстояние $=\frac{6y}{t}$ + начальное расстояние т.е. $+y$. $=\frac{6y+yt}{t}=\frac{y(6+t)}{t}$. Илья же шёл со скоростью y (т.к. прошел y за час). Отношение скоростей

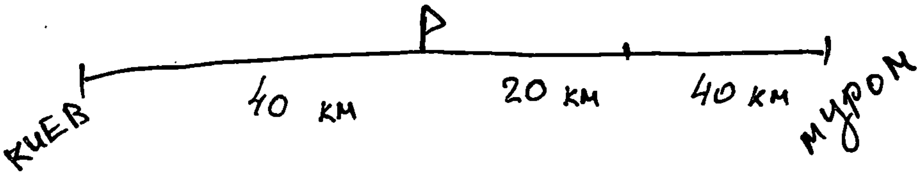
Ильи и Настасьи = [illegible]

$\frac{y}{1} : \frac{y}{t} = t.$

Предположим, расстояние было 100 км. Тогда

$\frac{y(6+1)}{t} = 100$, $t=4$ и $y=40$, значит,

v Настасьи $= \frac{y}{t} = 10$ км/ч, а у Ильи − 40 км/ч.



Значит Илья ~~шел~~ шел $\frac{100}{40}$ ч, а Настасья − $\frac{100}{10}$ ч $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{100}{10} - \frac{100}{40} = \frac{400-100}{40} = \frac{300}{40} = \frac{30}{4}$ часа $= 450$ минут

Осталось 450 минут идти. — 0б.

5. Никто не выиграет. Потому что в условии не написано в каком случае кто-либо из игроков выигрывает. ~~[illegible]~~

Если же мы предположим, что ~~вы~~ проиграет тот, кто не сможет сходить, то выиграет II игрок, если будет ходить на такое же кол-во ходов, как и первый, только др. фишкой. ~~К~~ Он (II) всегда сможет сходить, т.к. пересечение путей 2х фишек находится на разном расстоянии от старта. +

этого недостаточно, чтобы стратегия была осуществима

Ответ: Вася.

~~Д... обоснован.~~ (+)

1) Не обоснована победа Васи !