

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Р А З Г О Н Я Е В

Имя М А К С И М

Отчество В И Т Я Л Ь Е В И Ч

Дата рождения 0 7 0 2 2 0 0 6

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Д 3

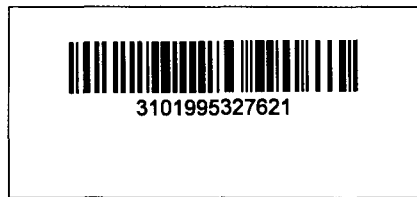
Телефон 8 9 5 3 0 0 6 8 4 9 4

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
**Заполняется участниками**

**Направление**     информатика     история     математика  
 обществознание     русский язык     физика  
 химия

**Класс**     8     9     10     11

**Город участия**    Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

**Заполняется организаторами**

Количество доп. листов    /    Количество черновиков к проверке    0

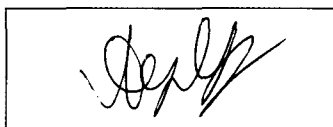
Время выхода с    :    до    :

**Протокол проверки**  
**Заполняется жюри**

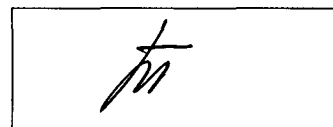
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

**Итоговый балл**    40

**Подпись члена жюри №1**



**Подпись члена жюри №2**



**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



# Бланк ответов

## Задание №1.

1) Заметим, что когда мы посчитаем все суммы по горизонтали и по вертикали, то каждое число в квадрате посчитается по 2 раза

Итоговая сумма (если сложить суммы по горизонтали и вертикали) =  $2 \cdot (1+2+3+\dots+36) =$   
 $= \frac{36 \cdot 37}{2} \cdot 2 = 36 \cdot 37$

2) Докажем, что эти суммы не являются 12 последовательными числами:  
 от противного: пусть являются  $\Rightarrow \exists x \in \mathbb{N}$ :

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+11) = 36 \cdot 37$$

$$\Leftrightarrow 12x + (1+2+3+\dots+11) = 36 \cdot 37 \Leftrightarrow 12x + \frac{11 \cdot 12}{2} = 36 \cdot 37 \Rightarrow 12x + 11 \cdot 6 = 36 \cdot 37$$

$$\left. \begin{array}{l} (6 \cdot 37 - 11) : 2 \\ 2x : 2 \end{array} \right| \Rightarrow 2x = 6 \cdot 37 - 11$$

при  $x \in \mathbb{N}$

не выполняется

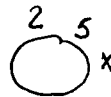
$(x = 105,5) \Rightarrow$  противоречие  $\Rightarrow$  6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали не могут равняться 12 последовательным числам

+

Ответ: Нельзя.

## Задание №3

6.00 Пусть числа 2 и 5 стоят в порядке  
 на нём записать по часовой стрелке

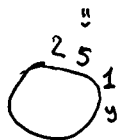


Любое число на круге  
 от 1 до 8!

1)  $5:1$   $\left| \Rightarrow \right.$  образуют ~~на~~ на месте  $x$  могут быть числа  
 $7; 1; 3$

$$1 \leq x \leq 8$$

1.1) Пусть 1



$1:1 \Rightarrow$  на месте  $y$  могут быть числа  
 $4; 6$

$$1 \leq y \leq 8$$

1.1.1) Пусть 4

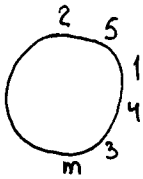


4:4 | на месте z могут быть числа  
 4:2 | " 3; 2; 5  
 4:1

$$1 \leq z \leq 8$$

число 5 уже использовалось, поэтому его не берём  
 число 2 уже -- -- -- --

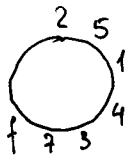
1.1.1.1) Пусть z



3:3 | " m = 1 или m = 7  
 3:1 | " m = 3 или m = 5  
 исп. исп. исп. исп.

$$1 \leq m \leq 8$$

1.1.1.1.1) m = 7

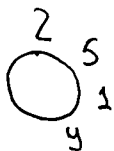


7:7 | " f = 2 или f = 4 м.к. 1 ≤ f ≤ 8  
 7:1 | " исп. исп. ✓

⚡  
 противоречие (расстановка невозможна)

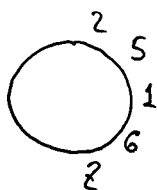
Откатываемся к пункту

1.1)



Докажем, что на месте y не может стоять число 4

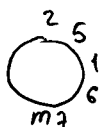
1.1.2) y = 6



6:6 | " z = 7  
 6:3 | " z = 4  
 6:2 | " z = 3  
 6:1 | " z = 2 - исп.

$$1 \leq z \leq 8$$

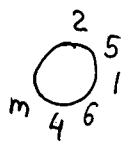
1.1.2.1) пусть z = 7



7:7 | " m = 5 ; m = 7 м.к. 1 ≤ m ≤ 8  
 7:1 | " исп. исп. ✓  
 ⚡  
 противоречие

1.1.2.2) пусть z = 4

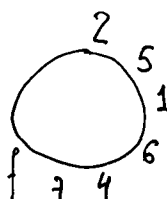
# Бланк ответов



$$\begin{array}{l|l} 4:4 & m=2 - \text{неч.} \\ 4:2 & \Rightarrow m=4 \quad m=8 \\ 4:1 & \text{неч.} \quad m=5 \quad m=7 \\ & \text{неч.} \end{array}$$

$$1 \leq m \leq 8$$

1.1.2.2.1)  $m=7$

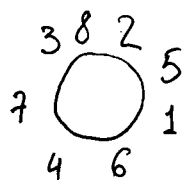


$$\begin{array}{l|l} 7:7 & f=3; \quad f=5 \\ 7:1 & \text{неч.} \end{array}$$

$$1 \leq f \leq 8$$

1.1.2.2.1.1)  $f=3$

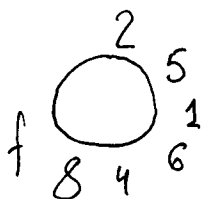
второй круг



не удовлетворяет всем условиям.  
т.к.  $2 \neq 8-5=3$

$$f \neq 3 \Rightarrow m \neq 7$$

1.1.2.2.2)  $m=8$

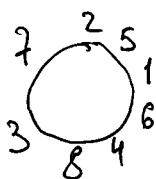


$$\begin{array}{l|l} 8:8 & f=8 - \text{неч.} \\ 8:4 & \Rightarrow f=2 \quad f=6 - \text{неч.} \\ 8:2 & f=3 \quad f=5 - \text{неч.} \\ 8:1 & \end{array}$$

$$1 \leq f \leq 8$$

1.1.2.2.2.1)  $f=3$

второй круг



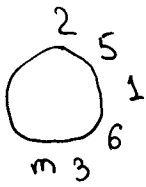
$$\begin{array}{l} 5: (2-1)=1 \\ 1: (6-5)=1 \\ 6: (4-1)=3 \\ 4: (8-6)=2 \\ 8: (4-3)=1 \\ 3: (8-7)=1 \\ 7: (3-2)=1 \end{array}$$

$$2: (7-5)=2$$

удовлетворяются все условия  
и 4 и 6 находятся рядом

Откатываемся к пункту

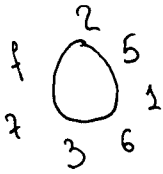
1.1.2.3)  $Z=3$  ( $Z=7$  и  $Z=4$  мы разобрали все варианты)



$$\begin{array}{l|l} 3:3 & m=3 \text{ - несп.} \\ 3:1 & m=5 \quad m=7 \\ & \quad \quad \quad | \\ & \quad \quad \quad \text{несп.} \end{array}$$

$$1 \leq m \leq 8$$

1.1.2.3.1)  $m=7$

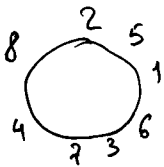


$$\begin{array}{l|l} 7:7 & f=2 \text{ - несп.} \\ 7:1 & f=4 \end{array}$$

$$1 \leq f \leq 8$$

1.1.2.3.1.1)  $\therefore f=4$

штоповый круг



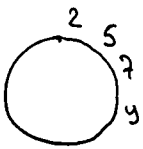
$$2 \div \left( \frac{8-5}{\frac{4}{3}} \right) \Rightarrow \text{противоречит условию. } \checkmark$$

Откатываемся к пункту

1.2.)

$$X=7$$

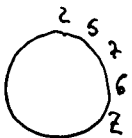
т.к. вариант  $y=4$  мы рассмотрим  
 $y=6$  мы рассмотрим



$$\begin{array}{l|l} 7:7 & y=8 \\ 7:1 & y=4 \end{array}$$

$$1 \leq y \leq 8$$

1.2.1)  $y=6$

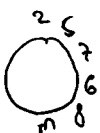


$$\begin{array}{l|l} 6:6 & z=1 \\ 6:3 & z=4 \\ 6:2 & z=5 \text{ - несп.} \\ 6:1 & z=6 \quad z=8 \\ & \quad \quad \quad | \\ & \quad \quad \quad \text{несп.} \end{array}$$

$$1 \leq z \leq 8$$

1.2.1.1)  $\text{так } z=4 \Rightarrow \text{ числа 6 и 4 стоят рядом} \Rightarrow \text{такой вариант (при условии, если он } \exists, \text{ нам подходит)} \checkmark$

1.2.1.2)  $Z=8$

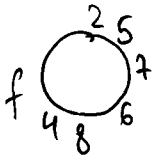


$$\begin{array}{l|l} 8:8 & m=2 \text{ - несп.} \\ 8:4 & m=4 \quad m=8 \text{ - несп.} \\ 8:2 & m=5 \quad m=7 \\ 8:1 & \quad \quad \quad | \\ & \quad \quad \quad \text{несп.} \end{array}$$

$$1 \leq m \leq 8$$

# Бланк ответов

1.2.1.2)  $m=4$



$$\begin{array}{l|l} 4:4 & f=4 - \text{нен.} \\ 4:2 & f=6 - \text{нен.} \\ 4:1 & f=7 - \text{нен.} \end{array} \Rightarrow$$

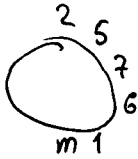
$$1 \leq f \leq 8$$

⇓  
противоречие  
!

1.2.1.2.1)  $f=$

$$m \neq 4 \Rightarrow z \neq 8$$

1.2.1.3)  $z=1$



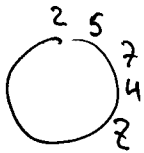
$$1:1 \Rightarrow \begin{array}{l} m=5 - \text{нен.} \\ m=7 - \text{нен.} \end{array}$$

$$1 \leq m \leq 8$$

$$\begin{array}{l} \Downarrow \\ z \neq 8 \Rightarrow y \neq 6 \end{array}$$



1.2.2)  $y=4$

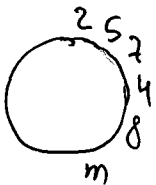


$$\begin{array}{l|l} 4:4 & z=3 \\ 4:2 & z=5 - \text{нен.} \\ 4:1 & z=8 \quad z=6 \end{array} \Rightarrow$$

$$1 \leq z \leq 8$$

1.2.2.1)  $z=6$  - погр. т.к. 4 и 6 стоят рядом

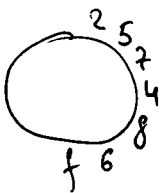
1.2.2.2)  $z=8$



$$\begin{array}{l|l} 8:8 & m=8 - \text{нен.} \\ 8:4 & m=6 \\ 8:2 & m=2 - \text{нен.} \\ 8:1 & m=3 \\ & m=5 - \text{нен.} \end{array} \Rightarrow$$

$$1 \leq m \leq 8$$

1.2.2.2.1)  $m=6$

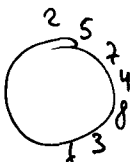


$$\begin{array}{l|l} 6:6 & f=2 - \text{нен.} \\ 6:3 & f=5 - \text{нен.} \\ 6:2 & f=6 - \text{нен.} \\ 6:1 & f=7 - \text{нен.} \end{array} \Rightarrow$$

$$1 \leq f \leq 8$$

⇓  
 $m \neq 6$

1.2.2.2.2)  $m=3$



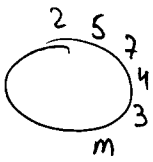
$$\begin{array}{l|l} 3:3 & f=5 - \text{нен.} \\ 3:1 & f=7 - \text{нен.} \end{array} \Rightarrow$$

$$\therefore m \neq 3 \Rightarrow z \neq 8$$





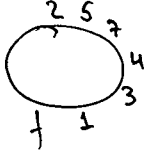
1.2.2.3)  $z=3$



$$\begin{array}{l|l} 3:3 & m=7 \text{ (неч.)} \\ 3:1 & m=5 \text{ (неч.)} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \text{ (неч.)} \end{array}$$

$1 \leq m \leq 8$

1.2.2.3.1)  $m=1$



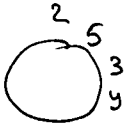
$$\begin{array}{l} 1:1 \Rightarrow f=2 \text{ - неч.} \\ f=4 \text{ - неч.} \\ \Downarrow \\ m \neq 1 \Rightarrow z \neq 3 \Rightarrow y \neq 4 \end{array}$$

$1 \leq f \leq 8$



$x=7$  или рассуждением

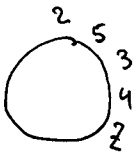
1.3)  $x=3$



$$\begin{array}{l|l} 3:1 & y=4, y=6 \\ 3:3 & y=8; y=2 \text{ - неч.} \end{array}$$

$1 \leq y \leq 8$

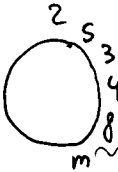
1.3.1)  $y=4$



$$\begin{array}{l|l} 4:2 & z=2 \text{ (неч.)} \\ 4:4 & z=8 \\ 4:1 & z=5 \text{ (неч.)} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} z=6 \text{ (неч.)} \\ z=3 \text{ (неч.)} \end{array}$$

1.3.1.1)  $z=6 \Rightarrow 4$  и  $6$  стоят рядом  $\Rightarrow$  нам подходит

1.3.1.2)  $z=8$

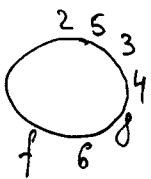


$$\begin{array}{l|l} 8:8 & m=8 \text{ - неч.} \\ 8:4 & m=6; m=2 \text{ - неч.} \\ 8:2 & m=5; m=3 \text{ (неч.)} \\ 8:1 & \text{неч.} \end{array}$$

2 5 3 4 <sup>1</sup> 7

2 5 3 8 не подходит

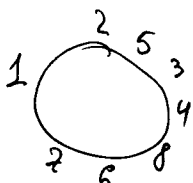
1.3.1.2.1)  $m=6$



$$\begin{array}{l|l} 6:3 & f=5 \text{ - неч.} \\ 6:6 & f=2 \text{ - неч.} \\ 6:2 & f=6 \text{ - неч.} \\ 6:1 & f=7 \end{array}$$

не подходит  
перепроверь

или



$1 \cdot (7-2) = 5 \Rightarrow f \neq 7 \Rightarrow m \neq 6 \Rightarrow z \neq 8 \Rightarrow y \neq 4$

Таким образом, рассмотрев все варианты расстановок чисел, мы пришли к выводу, что если расстановка [ ], то числа 6 и 4 стоят рядом.

# Дополнительный лист №1

## Задача №2

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$\sqrt{1-b^2-c^2+bc^2} \quad b(b+ac) \quad c(c+ab)$$

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2+2abc-b^2-c^2+b^2c^2}$$

$$\sqrt{a(a+bc)+bc(a+bc)}$$

$$\sqrt{(a+bc)^2} = \begin{matrix} \text{м.к } a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{matrix}$$

$$a(a+bc)$$

$$a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \geq 2\sqrt{abc} \quad \text{— Доказать}$$

~~по теореме Коши~~

если  $a > 1$   
 $b > 1$   
 $c > 1$   
 $abc > \sqrt{abc}$   
 $3abc > 2\sqrt{abc} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 3abc > 2\sqrt{abc}$  и т.д.

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2abc$$

"

Доказать, что

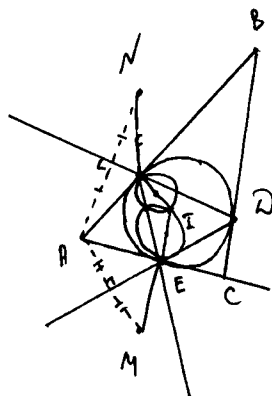
$$1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1 - 2\sqrt{abc} + abc \geq 0$$

$$(1 - \sqrt{abc})^2 \geq 0 \quad \text{— очевидно, что выполняется при } \underline{\forall a, b, c > 0}$$

+

## Задача №5



1)  $AF = AE$  как отрезки касат., провеа из одной точки

$$\angle AFE = \angle AEF$$

2)  $\angle$  симм. А омн. (DF)  $\Rightarrow NF = AF$   
 М симм. А омн. (DE)  $\Rightarrow AE = EM$

$$\Rightarrow NF = AF = AE = EM \quad \checkmark$$

# Задача №4

8	0	0	x	x	x	x	0	0
7	0	0	x	x	x	x	0	0
6	x	x	0	x	x	0	x	x
5	x	x	x	0	0	x	x	x
4	x	x	x	0	0	x	x	x
3	x	x	0	x	x	0	x	x
2	0	0	x	x	x	x	0	0
1	0	0	x	x	x	x	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8

1) Заметим, что угловые клетки нигде могут быть, только если в них стоит "оборотень"

в углах поле стоит оборотень

2) Если поставим оборотней

в клетки 1;1  
1;2  
2;1  
2;2

то они без самопересечений закрасят часть поля (это оптимальная расстановка когда пересечения сводятся к минимуму)

Σ 16 "оборотней"

Аналогично ставим

в клетки

8;1 8;8 8;1  
8;2 8;7 8;2  
7;1 7;8 7;1  
7;2 7;7 7;2

Незакрашенным

осталось поле 4x4 в центре

Поставим

"оборотней" в углы

(иначе в углы не попасть)

3;3 6;3 → +4 "оборотня"  
3;6 6;6

Осталось поле 2x2, ставим 4 "оборотня" в каждую из клеток +4

Действие оптимально, мы свели количество расставленных "оборотней" к минимуму

Итого 16+4+4 = 24 "оборотня"

Ответ: 24 нигде