



3101201494248

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К О З Л О В А

Имя Д И А Н А

Отчество Д Е Н И С О В Н А

Дата рождения 1 9 1 1 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И - 5 2 1

Телефон 8 9 0 0 0 4 7 6 4 2 6

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
 ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
 ☐ физика ☐ химия
Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11
Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	—	—	0	0					
Балл члена жюри №2	20	—	—	6	0					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

$n = \overline{abc}$, $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$(1) a + b + c = 10k_1 + c, \quad k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$(2) ab + bc + ca = 10k_2 + b, \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$(3) abc = 10k_3 + a, \quad k_3 \in \mathbb{Z}$$

1) Рассмотрим условие (1)

$$a + b + c = 10k_1 + c$$

$$a + b = 10k_1$$

$$a + b \leq 18, \quad \text{т.к. } a, b \leq 9, \quad a + b \geq 2$$

$$\text{Тогда } a + b = 10, \quad a = 10 - b$$

2) Рассмотрим условие (2)

$$ab + bc + ca = 10k_2 + b$$

$$ab + c(a + b) = 10k_2 + b$$

$$ab + 10c = 10k_2 + b$$

Из условия (1) следует, что a, b могут быть представлены в виде наборов

(1, 9)

(2, 8)

(3, 7)

(4, 6)

(5, 5)

Подставим эти наборы a, b во 2 условие:

$$(1, 9) \text{ : } 1 \cdot 9 + 10c = 10k_2 + b$$

$$9 + 10c = 10k_2 + b$$

Тогда $b = 9, a = 1$, эти значения входят в набор (1, 9)

$$(2, 8) \text{ : } 2 \cdot 8 + 10c = 10k_2 + b$$

$$16 + 10c = 10k_2 + b$$

Тогда $b = 6, a = 4$ — посторонние, т.к. эти значения не входят в набор (2, 8)

$$(3, 7) \text{ : } 3 \cdot 7 + 10c = 10k_2 + b$$

$$21 + 10c = 10k_2 + b$$

Тогда $b = 1, a = 9$, — пост., т.к. эти значения не входят в набор (3, 7)

$$(4, 6) \quad 46 + 10c = 10k_2 + b$$

$$24 + 10c = 10k_2 + b$$

Тогда $b=4$, $a=6$ - эти значения входят в набор (4, 6)

$$(5, 5) \quad 55 + 10c = 10k_2 + b$$

$$25 + 10c = 10k_2 + b$$

Тогда $b=5$, $a=5$ - эти значения входят в набор (5, 5)

3) Рассмотрим условие (3)

Погрешили поупривившие пары a и b

$$a=1, b=9$$

$$ab \cdot c = 10k_3 + a$$

$$9c = 10k_3 + a$$

$$9c = 10k_3 + 1$$

$$9c = 81, \text{ т.к. } 81 = 10 \cdot 8 + 1$$

$$\underline{c=9}$$

$$a=6, b=4$$

$$24c = 10k_3 + 6$$

$$\underline{c=4, 9}$$

$$a=5, b=5$$

$$25c = 10k_3 + 5$$

c - нечет, т.к. нечет 5 дает ~~остаток не 5~~ и оканчивается на 5

$$c = 1, 3, 5, 7, 9$$

Ответ 199, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559

+

Задача 2

Да, может. Так, как всего 8 участников, то различных пар будет всего 18

Если в каждом туре по 4 пары, то будет возможно провести только 4 тура по 4 пары и 5-ый тур по 2 пары. Тогда 6 тур провести невозможно

Задача 4

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z), \quad x, y, z \in \mathbb{N}$$

Бланк ответов

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y) + 2^{x+y} z$$

$$z = \frac{2^{x+y}(x+y)}{2^{xy} - 2^{x+y}}, \text{ так } z \in \mathbb{N}, \text{ то } \frac{2^{x+y}(x+y)}{2^{xy} - 2^{x+y}} \in \mathbb{N}, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} 2^{xy} - 2^{x+y} > 0 & (1) \end{cases}$$

$$2^{x+y}(x+y) = z \cdot 2^{xy} - 2^{x+y} \cdot z$$

$$(1) \quad 2^{xy} > 2^{x+y}, \text{ так } y = 2^x - \text{возр}$$

$$xy > x+y$$

$$x > \frac{y}{y-1}$$

$$y > \frac{x}{x-1}$$

Следовательно $x \neq 1, y \neq 1$, x и y не могут быть одновременно 2 ✓

$$2^{x+y}(x+y) = z \cdot 2^{xy} - 2^{x+y} \cdot z$$

$$\text{Тогда } 2^{x+y}(x+y) \geq 2^{xy} - 2^{x+y}$$

$$2^{x+y}(x+y+1) \geq 2^{xy}$$

Возьмем пары x и y , как $(2, a)$, где $a > 2, a \leq 5$, a — простое число
 $(x, y) = (2, 3)$

$$z = \frac{2^5 \cdot 5}{2^{10} - 2^5} = \frac{32 \cdot 5}{64 - 32} = \frac{32 \cdot 5}{32} = 5$$

$$(x, y) = (2, 4)$$

$$z = \frac{2^6 \cdot 6}{2^8 - 2^6} = \frac{64 \cdot 6}{28 - 64} = \frac{384}{192} = 2$$

$$(x, y) = (2, 5)$$

$$z = \frac{2^7 \cdot 7}{2^{10} - 2} = 1$$

если $a > 5$, то z будет др. или дробным числом, это противоречит $z \in \mathbb{N}$

Почему?

Если брать пары вида $(3, b), (4, b)$ и т.д., где b — число, то z будет дробным числом

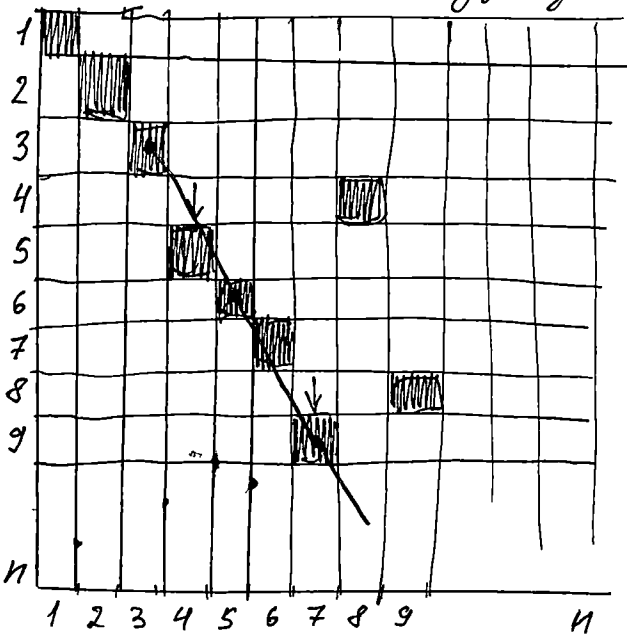
Ответ $x=2, y=3, z=5, x=3, y=2, z=5, x=2, y=4, z=2,$
 $x=4, y=2, z=2, x=2, y=5, z=1, x=5, y=2, z=1$

Задача 5

Вита может осуществить свою задумку при любом $n \in \mathbb{N}$

Доказательство

Например, если Вита будет действовать по следующему алгоритму



1) ~~Закрепить~~

Выбираете квадраты по тройкам и спускаться на одну клетку вниз после трех квадратов

Это позволяет соблюдать условие ни у каких четырех выбранных квадратов центр не лежит на одной прямой

Количество таких троек

$n = k(3+1) + r$, k - количество троек, 3 - три выбранных квадрата, товарно для спуска, r - остаток от деления $\frac{n}{4}$

$$n = k \cdot 4 + r$$

$$k_1 = \frac{n-r}{4}$$

2) Посчитаем кол-во невыбранных квадратов (k_2)

~~$n = k_1 \cdot 3 + k_2$~~ , $k_2 = n - k_1 \cdot 3$

~~или $k_2 = 1$~~

это $k_2 = k_1$, так в каждой тройке мы пропускаем 1 квадрат

Поэтому при продолжении примера не появляется никаких

Тогда этот строк с невыбранными (пропущенными) квадратами хватит для выбора одного квадрата из строки в ряду свободных столбцов, соблюдая все условия

— Линия отреза —

Бланк ответов

