

## Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия С У Х О Р У К О В

Имя К И Р И Л Л

Отчество А Р Т Е М О В И Ч

Дата рождения 2 1 0 7 2 0 0 7

Город участия К Е М Е Р О В О

Аудитория 2 0 2

Телефон + 7 9 1 3 7 0 1 4 7 3 6

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия **К Е М Е Р О В О**

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке  
Время выхода с \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 3 | 20 | 0 | 5 | 0 |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 3 | 20 | 0 | 5 | 0 |   |   |   |   |    |

Итоговый балл 28

Подпись  
члена жюри №1

Подпись  
члена жюри №2

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



# Бланк ответов

N1) Пусть число в разряде сотен  $x$ , в разряде десятков  $y$ , в разряде единиц  $z$ .

$$\begin{aligned} x+y+z &= a+b+c \equiv_{10} z \Rightarrow x+y \equiv_{10} 0 \Rightarrow xy \equiv_{10} y \\ xy+yz+xz &= ab+bc+ca \equiv_{10} y \Rightarrow (x+y)z+xy \equiv_{10} y \\ xyz &= abc \equiv_{10} x \Rightarrow xy \cdot z \equiv_{10} x \Rightarrow yz \equiv_{10} 1 \end{aligned}$$

$x+y=10$ , но  $x$  и  $y \neq 0$ ,  
 $y \geq 0$   
 $\Downarrow$   
 $z=y=1$

$yz \equiv_{10} 1$  и  $x+z \equiv_{10} 1$   
 $\Downarrow$   
 $x+z=11$ , но  $x$  и  $z < 10$  и  $x$  и  $z \geq 0$

$z=y=1$   
 $\Downarrow$   
 $x=9$ ,  $\Leftarrow z=1$   
 но  $x < 10 \Rightarrow$  не подходит

$yz \equiv_{10} 1$   
 $\Downarrow$   
 $y=8$   
 $\Downarrow$   
 $z=7 \Rightarrow x=4$

Сложим все 3 уравнения  $\Rightarrow x+y+z+xy+yz+xz+xyz \equiv_{10} x+y+z$   
 $xy+yz+xz+xyz \equiv_{10} 0$ , но  $xy+yz+xz \equiv_{10} y$

и  $xy+yz+xz = (x+y)z + xy \equiv_{10} 10z + xy \equiv_{10} y$

не обосновано и неверно

$y=1$  или  $y=6$  или  $y=5$

I)  $y=1 \Rightarrow x=9$

$\Downarrow$

$9z \equiv_{10} 9$

$\Downarrow$

$z=1$

$\Downarrow$

$9+1+9 \equiv_{10} 9 \neq 9$

$\Downarrow$

не подходит

$\Downarrow$

не подходит

$\Downarrow$

не подходит

II)  $y=6 \Rightarrow x=4$

$\Downarrow$

$24z \equiv_{10} 4$

$\Downarrow$

$z=1$

$\Downarrow$

$24+4+6 \equiv_{10} 4 \neq 4$

$\Downarrow$

не подходит

$\Downarrow$

не подходит

$\Downarrow$

не подходит

III)  $y=5 \Rightarrow x=5$

$\Downarrow$

$25z \equiv_{10} 5$

$\Downarrow$

$z=1$  или  $3$  или  $5$  или  $7$  или  $9$

$\Downarrow$

$551, 553, 555, 557, 559$

$\Downarrow$

не подходит

$\Downarrow$

не подходит

$\Downarrow$

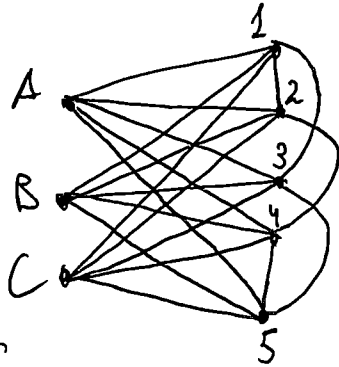
не подходит

Ответ 551, 553, 555, 557, 559



# Бланк ответов

1/2) Да, может. Приведем пример: пусть вершины — это математики, а ребра — одноклассники, то что математики уже играли

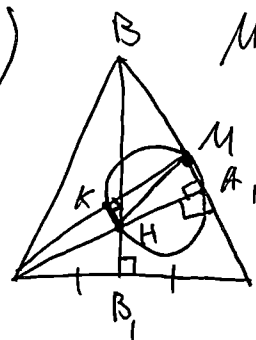


На примере у каждой вершины степеней 5, значит каждый математик сыграл 5 партий. Назовем вершины, как A, B, C, 1, 2, 3, 4, 5.

Составим таблицу турнира для данного примера

| I тур | II тур | III тур | IV тур | V тур |
|-------|--------|---------|--------|-------|
| A, 1  | A, 2   | A, 3    | A, 4   | A, 5  |
| B, 2  | B, 3   | B, 4    | B, 5   | B, 1  |
| C, 3  | C, 4   | C, 5    | C, 1   | C, 2  |
| 4, 5  | 5, 1   | 1, 2    | 2, 3   | 3, 4  |

Но если мы рассмотрим возможные пары на VI тур, то обратим внимание, что A, B и C не играют друг с другом, ~~но~~ но играют со всеми остальными. Тогда в паре они могут быть только друг с другом, но из 3 участников нельзя составить пар и а 3-вечернее 7 тур невозможно провести. Ответ Да, может

1/3)  M, H, ~~BB1~~, A1 — лежат на окружности и  $\angle H A_1 M = 90^\circ \Rightarrow$  MH — диаметр этой окружности  $\Rightarrow \angle HKM = 90^\circ$  и K лежит на этой окружности. Заметим теорему Менелая:  $\frac{CB_1}{B_1A} \cdot \frac{AK}{HA_1} \cdot \frac{A_1B}{BC} = 1$ . Заметим, что BB1 — это не только высота, но и медиана, и биссектриса, ~~но~~ и в  $\triangle ABC$  — равнобедренный.





# Бланк ответов

$$14) 2^{xy} \cdot z = 2^{xy} (x+y+z), \text{ где } x, y, z > 0$$

$$2^{xy-x-y} \cdot z = x+y+z$$

$$2^{x(y-1)-(y-1)-1} \cdot z = x+y+z$$

$$2^{(x-1)(y-1)} \cdot z = 2(x+y+z) \Rightarrow x, y > 1, \text{ ведь } z < 2z \Rightarrow 2^{(x-1)(y-1)} > 1$$

Заметим, что равенство симметрично относительно  $x$  и  $y$ , тогда

$x \geq y$ , тогда пусть  $y = 2 \Rightarrow 2^{(x-1)} z = 2(2+x+z)$ , если  $x = 2$ , то

$$2z \neq 2(z+4), \text{ если } x=3, \text{ то } 4z = 2(z+5) \Rightarrow 2z = z+5 \Rightarrow z=5 - \text{подходит}$$

~~Правая часть имеет степенную зависимость от  $x$ , а левая линейную, значит левая часть растет быстрее правой~~

при  $x > 3$   $2^{(x-1)} z > 2(x+2z)$ , если  $x=4$ , то  $2^3 \cdot z = 2(z+6)$ , тогда

$$4z = z+6 \Rightarrow z=2 - \text{подходит, если } x=5, \text{ то } 16z = 2(z+7) \Rightarrow 8z = z+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z=1 - \text{подходит. Если } x > 5, \text{ то } 2^{x-2} z = 2+z+x \Rightarrow (2^{x-2}-1)z = 2+x,$$

где  $2^{x-2}-1 > 2+x$ , т.е. степенная функция растет быстрее линейной, а при  $x=5$

$$2^{5-2}-1 = 2+x. \text{ Если } y=3 \Rightarrow 2^{2x-2} \cdot z = 2(3+x+z) \Rightarrow 2^{2x-3} z = 3+x+z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2^{2x-3}-1)z = 3+x, \text{ где } x \geq y=3, \text{ тогда при } x=5 (2^7-1)z = 6 \Rightarrow 7z = 6, \text{ тогда}$$

$z < 1$  - не подходит. Значит при  $x > 3$  тоже не подходит, ведь степенная функция растет быстрее линейной и  $z \geq 1$ . Значит при  $y \geq 4$  тоже нет корней

ведь зависимость левой части от  $y$  - степенная, а правой - линейная, при том, что при  $y=3$  - левая часть уже больше правой. Число ответов не доказано

$$x=5, y=2, z=1$$

$$x=4, y=2, z=2$$

$$x=3, y=2, z=5$$

, но  $x$  и  $y$  - симметричны в этом равенстве  $\Rightarrow$  ответы. Ответ верное

$$x=2, y=5, z=1$$

$$x=2, y=4, z=2$$

$$x=2, y=3, z=5$$

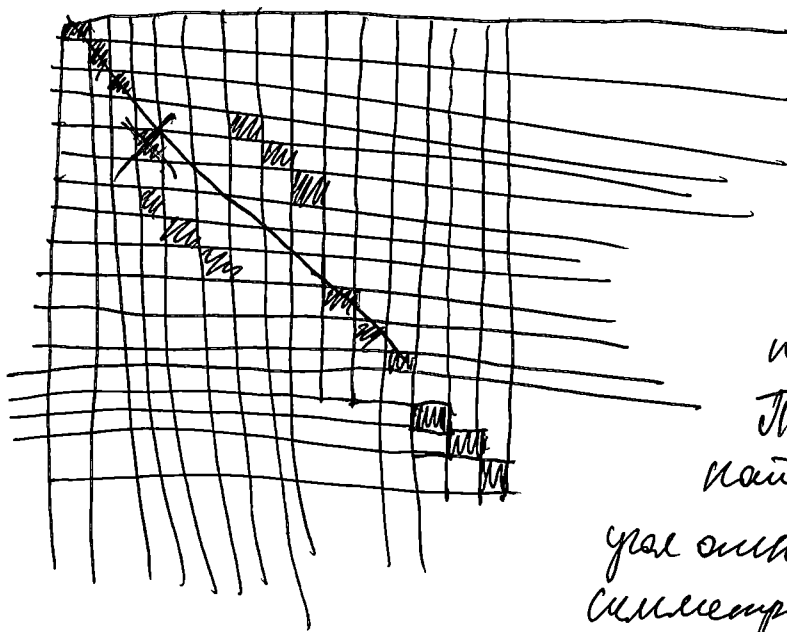
тоже подходит

Ответ  $(5, 2, 1), (4, 2, 2), (3, 2, 5), (2, 5, 1), (2, 4, 2), (2, 3, 5)$   
подходит под  $(x, y, z)$



Дополнительный лист №1

Выразим нашу таблицу  $n \times n$  в ~~(2D)~~ <sup>н</sup> цвет по диагонали, ~~где  $Ч_1$~~  Число ~~квадрата~~ <sup>квадрата</sup> ~~столбца~~ <sup>столбца</sup> на одной прямой  
нужно чтобы координаты этих квадратов выглядели, как  $(x_1, y_1)$ ,  
 $(x_1+x_2, y_1+y_2)$ ,  $(x_1+2x_2, y_1+2y_2)$ ,  $(x_1+3x_2, y_1+3y_2)$ . Тогда заметим,  
что мы можем заменить квадраты на лады, а таблицу на  
шахматную доску  $n \times n$ . Тогда каждая ладья не будет друг-другу -  
моче они стоят в одной строке и столбце. ~~Тогда они будут~~ <sup>Тогда они будут</sup>  
все поле доски по два ряда <sup>(кроме тех на которых стоят, а их и много)</sup>. Тогда если раскрасить доску в 6 цветов  
по главной диагонали и параллельной ей диагоналям, получим, что  
каждая ладья бьет по 2 клетки каждого цвета, кроме своего  
Тогда если мы расставим по каждой такой диагонали по  
3 ладьи, то они будут бить все клетки доски по 2 ряда, кроме 1 -  
клеток, которые они будут бить по одному ряду. Тогда  
проецируя ~~на~~ все цвета которые они бьют и получим  
ровно вышесказанное. По диагонали мы закончим следующим  
способом



Таким образом, каждый  
угол из под которого  
идет диагональ будет  
отличаться, относительно  
предыдущей диагонали  
Тем самым у нас не  
найдем такого  $x_2$  и  $y_2$ , что  
угол относительно диагонали симметрично  
на  $x_2$  и  $y_2$ , более  
2 раз то и угол относительно диагонали

решит либо с левой, либо с правой стороны  
Ответ: доказано

