



3101137437024

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П О В Ж И К

Имя Е Г О Р

Отчество Р О Д И О Н О В И Ч

Дата рождения 0 9 0 8 2 0 0 7

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1 1 5

Телефон 8 9 1 0 9 2 6 8 0 4 0

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101137437024

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	—	6	0					

Итоговый балл 43

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Пусть наше число - это $\overline{abc}$ (т.к. выражения $a+b+c$, $ab+bc+ca$, abc симметричны, т.е. если заменить например все a на b и все b на a ничего не изменится, то можем упорядочить цифры a, b и c в нашем числе) Тогда условие переписывается так:
 $a+b+c \equiv c \pmod{10}$, $ab+bc+ca \equiv b \pmod{10}$; $abc \equiv a \pmod{10}$ Из $a+b+c \equiv c \pmod{10}$ получаем, что $a+b \equiv 0 \pmod{10}$, $a \equiv -b \pmod{10}$ Рассмотрим на $ab+bc+ca \equiv b \pmod{10}$ $ab+c(a+b) \equiv b \pmod{10}$
 $ab+0 \equiv b \pmod{10} \Rightarrow ab \equiv b \pmod{10} \Rightarrow -b^2 \equiv b \pmod{10} \Rightarrow b(b+1) \equiv 0 \pmod{10}$ Мы знаем, что b - это цифра. Рассмотрим все варианты чему может быть равно b , чтобы выполнялось $b(b+1) \equiv 0 \pmod{10}$

- 1) $b=0$ Тогда $a=0$, но тогда наше число $\overline{abc}$ не трехзначное
- 2) $b=4$ Тогда $a=6$ Из условия $abc \equiv a \pmod{10}$, т.е. $24c \equiv 6 \pmod{10}$ Подходят значения $c=4, c=9$ И отсюда получим числа $644, 649$
- 3) $b=5$ Тогда $a=5$ Из условия $abc \equiv a \pmod{10}$, т.е. $25c \equiv 5 \pmod{10}$ Тогда c - любое нечетное. Отсюда получим числа $551, 553, 555, 557, 559$
- 4) $b=9$ Тогда $a=1$ Из условия $abc \equiv a \pmod{10}$, т.е. $9c \equiv 1 \pmod{10}$ Тогда $c=9$ И подходит число 199

Получим числа $199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649$

Ответ $199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649$



Ответ да

Пример Дадим каждому шахматисту номер от 1 до 8
 Пусть в 1-м туре были такие пары
 $(1, 4), (2, 5), (3, 6), (7, 8)$
 Во 2-м туре были такие пары
 $(1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 8)$
 В 3-м туре были такие пары
 $(1, 6), (2, 7), (3, 8), (4, 5)$
 В 4-м туре были такие пары
 $(1, 8), (2, 4), (3, 5), (6, 7)$

~~$(1, 8), (2, 4), (3, 5)$~~

$(1, 7), (2, 8), (3, 4), (5, 6)$

Посмотрим какие шахматисты с кем еще не играли

1-2, 3

2-1, 3

3-1, 2

4-6, 7

5-7, 8

6-4, 8

7-4, 5

8-5, 6



Посмотрим с кем в 6-м туре будет в паре шахматист 1
 Если с шахматистом 2, то шахматисту 3 не найдется
 пары Если с шахматистом 3, то шахматисту 2 не
 найдется пары Тогда провести 6 тур невозможно

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad | \quad 2^{xy}$$

$$2^{xy-x-y} z = x+y+z$$

$$z (2^{xy-x-y} - 1) = x+y$$

$$z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1}$$

Допустим $z > 2 \Rightarrow \frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1} > 2 \Rightarrow x+y > 2^{xy-x-y+1}$

~~Для~~ Для x и y подходят значения 2 и 2 или 2 и 3 почему 2 других? Подставим нет?

$$z = \frac{2+2}{2^{2 \cdot 2 - 2 - 2} - 1} = \frac{4}{2^0 - 1} = \text{невозможно (дел 0)} \quad z = \frac{5}{2-1} = 5 \quad \text{и при } z > 2$$

только ~~два~~ решения $(2, 3, 5), (3, 2, 5)$ Если при $z > 2$ будет $x, y \geq 3$, то $x+y < 2^{xy-x-y+1}$

Допустим $z=1$, тогда $x+y = 2^{xy-x-y} - 1$ Выражение симметрично от x и y предположим $x \leq y$ Если $x=2$, то $y=5$ Если $x=3$ получим $y+3 = 2^{2y-3} - 1$ не им реш при $y \geq 3$ Аналогично при $x \geq 4$ решений не будет Тогда при $z=1$ имеем два решения $(2, 5, 1), (5, 2, 1)$

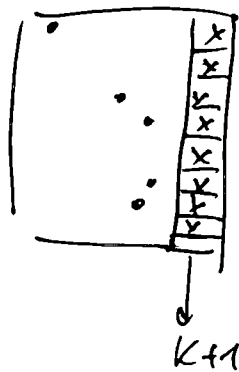
Допустим $z=2$, тогда $x+y = 2^{xy-x-y+1} - 2$ Предположим $x \leq y$ При $x=2$ получим $y=4$ Если $x \geq 3$ получим $y+3 = 2^{2y-2} - 2$ не имеет реш при $y \geq 3$ Если $x \geq 4$ решений тоже не будет Тогда при $z=2$ получим 2 решения $(2, 4, 2), (4, 2, 2)$

Ответ $(2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 5, 1), (5, 2, 1), (2, 4, 2), (4, 2, 2)$

Допустим $x=1$ или $y=1$, тогда $2^{xy} < 2^{x+y}$ и $z < x+y+z$, т.е. $2^{xy} z < 2^{x+y} (x+y+z)$
Значит $x, y \geq 2 \quad \checkmark$

Докажем по математической индукции База для $n=1$ очевидна Пусть мы знаем, что для доски $k \times k$ условие выполняется Добавим столбец справа с стороны снизу, получим доску $(k+1) \times (k+1)$ В последнем столбце должен ~~стоять~~ быть выбран k квадратов Переберем все варианты, где он может стоять Допустим ни одна клетка нам не подходит, т.е. для любой клетки последнего столбца найдем прямую, проходящую через нее и еще через k выбранных квадрата Эти прямые очевидно у всех клеток последнего столбца различны (т.к. они сами лежат на одной прямой) Но тогда получится, что в исходном квадрате $k \times k$ будет выбрано более k квадратов, что неверно

в



$(k+1)$ столбце есть только 1 свободная клетка (другие "заблокированы" квадратами, стоящими ~~на тех же~~ в этом столбце)



Бланк ответов

