



3101487317639

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П О Л Я К О В

Имя К И Р И Л Л

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 2 0 0 5 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория С 4 / 8

Телефон + 7 9 1 1 1 6 4 9 9 1 5

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101487317639

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	—	10	—					
Балл члена жюри №2	20	0	—	10	—					

Итоговый балл 30

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №1

Обозначим число, состоящее из трёх цифр a, b, c через $\overline{abc}$.
 Не удаляя обшукости у нас получилось что $\overline{abc}$ число сотен b -десятков, c -единиц.
 Сложитно, это тогда $a \neq 0$
 Воспользуемся св (1): c есть последняя цифра числа $\overline{abc}$ $a+b+c$. Из
 него получим, что $a+b=10 \Rightarrow a, b, c \neq 0$
 Воспользуемся св (2) b есть последняя цифра числа $\overline{ab+bc+ca} =$
 $= \overline{ab+c(a+b)} = 10c + \overline{ab}$. Это то же самое, что сказать,
 что b $\overline{10}$ есть последняя цифра числа $\overline{ab}$. Все легко перебр-

b	a
1	1+
2	1+
3	1+
4	1+
5	1+
6	1+
7	1+
8	1+
9	1+
2	6+
4	6+
5	3 или 5
6	6+
8	6+

Из этих пар выберем только те, где $b+a=10$
 Получаем

$$\begin{cases} a=1 \\ b=9 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases} (2) + \\ \begin{cases} a=5 \\ b=5 \end{cases} (3)$$

Остаток только

проверить последнее условие:

(2) $ab=24, a=6$

(3) $ab=25, a=5$

c	abc
9	9
18	18
27	27
36	36
45	45
54	54
63	63
72	72
81	81

c	abc
24	24
48	48
72	72
96	96
120	120
144	144
168	168
192	192
216	216

Тут, очевидно, подадут все нечётные c

a есть последняя цифра числа $\overline{abc}$ в обведённых кругах
 Ищем числа

199, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649 +

Задача №4

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$2^{xy} \cdot \frac{z}{2} = 2^{x+y+z}$$

$$2^{xy} \cdot \frac{z}{2^{x+y+z}} = 2^{x+y}$$

Заметим, что раз все числа натуральные, то $\frac{z}{2^{x+y+z}} < 1$

Во-вторых, (опять же ввиду натуральности чисел) можно заключить, что $\frac{z}{2^{x+y+z}}$ является степенью двойки

Покажем, что во множество решений входят только те случаи, когда $2^{xy} > 2^{x+y} \Leftrightarrow xy > x+y$

Рассмотрим на некоторые значения сумм и произведений x, y .

$\Sigma^{(xy)}$ возможные $\Pi^{(xy)}$

2	1
3	2
4	3, 4
5	4, 6
6	8, 9
7	10, 12
8	12, 15, 16
9	14, 18, 20
10	16, 21, 24, 25
⋮	

$$\min xy \text{ при } x+y=a$$

$$(a-2) \cdot 2 = 2a-4$$

$$\min xy - (x+y) = a-4$$

4 не подходит, верь тогда $xy \neq x+y$
далее будем выписывать только
порядочные варианты

Заметим, что минимальное возможное произведение для каждой суммы (не считая $\Sigma=2$) можно выписать по формуле $(x+y-2) \cdot 2$

Тогда разница между произведением и суммой равна $\uparrow (x+y-2) \cdot 2 - (x+y) = x+y-4 = \Sigma-4$
хотя бы

Рассмотрим коэффициент $\frac{z}{2^{x+y+z}} = \frac{z}{\Sigma+2}$

Заметим это он должен равняться $(\frac{1}{2})^k$, где $k = xy - (x+y) = \Pi - \Sigma \geq \Sigma - 4$

Становится ясным, что можно было найти решение вид уравнения, должно иметь решение такое

$$\frac{z}{\Sigma+2} = \frac{1}{2^{\Sigma-4}}$$

$$f(z) \geq f(1)$$

$$\frac{1}{2^{\Sigma-4}} \geq \frac{1}{2^{xy-x-y}}$$

Заметим, что почему $\frac{z}{\Sigma+2} \uparrow$ при $\Sigma \in \mathbb{N}$ следовательно если $f(1) > \frac{1}{2^{\Sigma-4}}$, то решения найти невозможно +

Бланк ответов

Теперь рассмотрим заметим, что чем больше Σ , тем меньше выражение $\frac{1}{2^{\Sigma-4}}$. В таком случае, если мы проверим возможно ли выполнение равенства при $\Sigma=7$ для какого-то Σ_0 , то Σ_0 ~~и оно окажется невозможным~~, ^{если функ. растёт меньше показ) +} и для больших значений, чем Σ_0 оно не будет выполняться. Проверим для

$$\Sigma_0 = 7 \quad \frac{1}{7+1} = \frac{1}{2^3} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \text{ подходит}$$

$$\Sigma_0 = 8 \quad \frac{1}{8+1} = \frac{1}{2^4} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \geq \frac{1}{16} \text{ не подходит}$$

Значит, далее не будет подходящих значений + Все меньшие переберём

$$\Sigma_0 = 7 \quad \text{для } \Pi = 10 \text{ подходит} \Rightarrow \begin{matrix} x=1, x=5, y=2 + \\ z=1, y=2, x=5 \end{matrix}$$

$$\Sigma_0 = 6 \quad \text{для } \Pi = 8 \text{ подходит} \Rightarrow \begin{matrix} x=2, x=4, y=2 \\ z=2, x=2, y=4 \end{matrix}$$

$$\Sigma_0 = 5 \quad \text{для } \Pi = 6 \text{ подходит} \Rightarrow \begin{matrix} x=5, x=3, y=2 + \\ z=5, x=2, y=3 \end{matrix}$$

$$\Sigma_0 = 4 \quad \emptyset$$

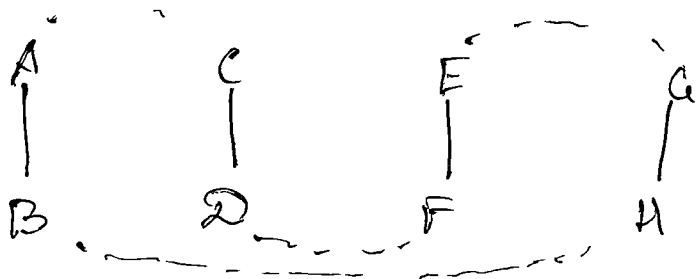
$$\Sigma_0 = 3 \quad \emptyset$$

Ответ: $(5, 2, 1)$
 $(2, 5, 1)$

Ответ: $(5, 2, 1)$
 $(2, 5, 1)$
 $(4, 2, 2)$
 $(2, 4, 2)$
 $(3, 2, 5)$
 $(2, 3, 5)$

Задание №2

Такая ситуация НЕВОЗМОЖНА, ведь по прошествии 5 туров у каждого шахматиста останется по двое соперников, с которыми он не встречался (у них данный шахматист будет ~~в той же~~ ~~отряде~~ ~~соперников~~ ~~тоже~~ теми, с кем они не встречались). Ставится всех шахматистов можно снова разбить на пары



Если каждый игрок не играл, например, со своим верхним/нижним соперником, то можно привести такое деление на пары (Пунктиром ~~от~~ отмечен второй соперник, с которым не играл соответствующий игрок)

Прим, любой граф с восемью вершинами
второй степени можно представить в
таком виде неверно

Следовательно, ~~обратная~~ шестой тур
можно провести всегда —

Бланк ответов

