



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П О Н О М А Р Е В

Имя К О Н С Т А Н Т И Н

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 2 6 0 2 2 0 0 7

Город участия У Ф А

Аудитория 5 0 1

Телефон + 7 9 3 7 4 9 3 0 1 1 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302055415735

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия У Ф А

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	0	0					

Итоговый балл 20

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

21

1) Не угадывая однозначности, Пусть наше число ~~сбав~~

$$\text{Тогда } \begin{cases} (1) \bar{a} \equiv_{10} \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} \Rightarrow \bar{b} + \bar{c} \equiv_{10} 0 \\ (2) \bar{b} \equiv_{10} \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{c} + \bar{c}\bar{a} \Rightarrow \bar{b} \equiv_{10} \bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) + \bar{b}\bar{c} \Rightarrow \bar{b} \equiv_{10} \bar{b}\bar{c} \\ (3) \bar{c} \equiv_{10} \bar{a}\bar{b}\bar{c} \Rightarrow \bar{c}(\bar{a}\bar{b} - 1) \equiv_{10} 0 \end{cases}$$

из (1) ~~бав~~ $\bar{c} = 10 - \bar{b}$, т.к. как максимум сумма ~~бав~~ $18 = 9 + 9 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \bar{b} + \bar{c} = 10$

в (2) $\bar{b}(\bar{c} - 1) \equiv_{10} 0 \Rightarrow \bar{b}(9 - \bar{b}) \equiv_{10} 0$

1) Если $\bar{b} = 5$, то $9 - \bar{b} = 4 \Rightarrow$ подходит

2) Если $\bar{b} = 4$, то $9 - \bar{b} = 5 \Rightarrow$ подходит

3) Если $\bar{b} = 2$, то $9 - 2 = 7 \Rightarrow$ не подходит

4) Если $\bar{b} = 0 \Rightarrow$ подходит

5) Если $\bar{b} = 9 \Rightarrow$ подходит

2) Рассмотрим все возможные варианты

1) $\bar{b} = 5 \Rightarrow \bar{c} = 5$

(3) $5 \equiv_{10} 25 \bar{a} \Rightarrow 5 \equiv_{10} 5 \bar{a} \Rightarrow a - \text{нечет}$
 $a \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Возможные числа: 551, 553, 555, 557, 559

2) $\bar{b} = 4 \Rightarrow \bar{c} = 6$

(3) $6 \equiv_{10} 24 \bar{a} \Rightarrow 6 \equiv_{10} 4 \bar{a} \Rightarrow a \in \{9, 4\}$

числа 644, 649

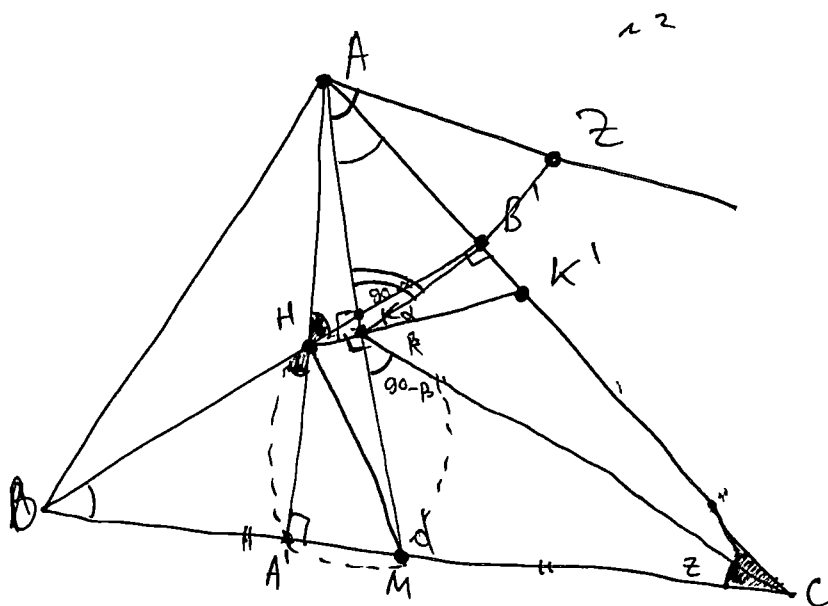
4) $\bar{b} = 0 \Rightarrow \bar{c} = 10 - 0 \Rightarrow \bar{c} = 10$ - противоречие
 т.к. $0 \leq \bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \leq 9$

5) $\bar{b} = 9 \Rightarrow \bar{c} = 1$

(3) $1 \equiv_{10} 9 \bar{a} \Rightarrow \bar{a} = 9 \Rightarrow$ число 199

Помытно, что если брать числа $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$, $\bar{b}\bar{c}\bar{a}$ и т.д. мы получим аналогичные ответы

~~Ответ: 551, 553, 555, 557~~



Дано:

M — середина BE

AA', BB' — высоты

$\angle$ — то HK — бис. $\angle CKB'$

Решение

1) Проведем HK до пересечения с AC (K')

2) $\angle HAM = \angle HKM = 90^\circ$ (выс. $AHKM$) $\rightarrow$

$\Rightarrow AM \perp HK'$

Если $\angle K'KC = \angle CKM \Rightarrow$ по сумме углов
нужно доказать, что $\angle AKB' = \angle CKM$

Проведем ~~прямую~~ AK и BC из точки A

Если $\angle AKB' = \angle CKM$, то $AZ \stackrel{(?)}{=} KZ$

продвижение нет

Бланк ответов

Ответ 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649, 199

2

+

Ответ нет

Решение

1) У нас 8 участников Пусть участники вершины графа, а игра между ними ребро

2) Тогда кол-во ребер $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ ребер максимум

3) Мы как-то провели 5 туров за 1 тур у нас 4 пары $\Rightarrow$ 4 связи $\Rightarrow$ за 5 туров $5 \cdot 4 = 20$ связей

4) То есть останется еще 8 не проведенных ребер При этом степени вершины каждой 5 Таким образом предположив, что 6 тур провести нельзя, мы приходим к противоречию, так как будут 8 не проведенных ребер $\Rightarrow$ Ответ нет, такого не может случиться

24

$$2^{x+y+z} = 2^{x+y} (x+y+z) \quad x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$2^{x+y-x-y} = \frac{x+y+z}{z} \mid 2$$

$$2^{(x-1)(y-1)} = \frac{2(x+y)+z}{z} + 2$$

1) Понятно, что при достаточно больших $2^{(x-1)(y-1)}$ возрастает намного быстрее, чем $\frac{2(x+y)}{z} + 2$ при $x, y, z \in \mathbb{N}$

$$\text{Пусть } (x-1)(y-1) = 4 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_3 = 5 \\ y_3 = 2 \end{cases}$$

Как максимум это сумма будет равна 16 $\frac{2(5+2)}{2} + 2 = 16$

Когда $(x-1)(y-1) \geq 5$, то $\frac{2(x+y)}{z} + 2$ будет намного меньше $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Достаточно рассмотреть ситуации, когда $(x-1)(y-1) \leq 4$

$$2) (x-1)(y-1) = 1 \Rightarrow z = \frac{(x+y)z}{z} + 2 \Rightarrow x+y \neq 0 \Rightarrow$$

Такого числа
не можем
числа нет

$$(x-1)(y-1) = 2 \Rightarrow 4 = \frac{(x+y)z}{z} + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{(x+y)z}{z} \Rightarrow x+y = z$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases}$$

$$(x-1)(y-1) = 3 \Rightarrow 8 = \frac{(x+y)z}{z} + 2 \Rightarrow 6 = \frac{(x+y)z}{z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases}$$

$$(x-1)(y-1) = 4 \Rightarrow 16 = \frac{(x+y)z}{z} + 2 \Rightarrow 14 = \frac{(x+y)z}{z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x=5 \\ y=2 \\ z=1 \end{matrix} \text{ или } \begin{matrix} y=5 \\ x=2 \\ z=1 \end{matrix} \text{ или } \begin{matrix} x=3 \\ y=3 \\ z-\text{ не существует} \end{matrix}$$

Покажем, что при 5 уже будет слишком много

$$(x-1)(y-1) = 5 \Rightarrow 32 = \frac{(x+y)z}{z} + 2 \Rightarrow 30 = \frac{(x+y)z}{z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=6 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow 15 = \frac{z}{z} \Rightarrow \text{невозможно и т.д. при } (x-1)(y-1) \geq 5$$

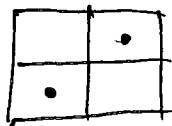
Ответ

$$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases}, \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases}, \begin{cases} x=5 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ z=1 \end{cases}$$

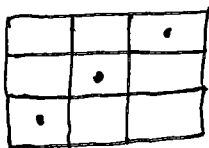
Докажем по индукции

База $n=1$ - очев

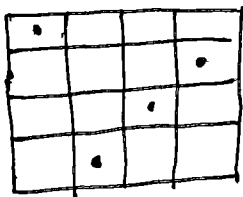
$n=2$



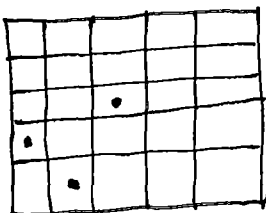
$n=3$



$n=4$



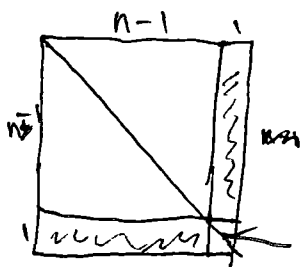
$n=5$



Предп индукции

Пусть для $n-1$ - все работает

Переход Докажем, что для n - тоже будет работать



добавим к квадрату фигуру увеличив его размер до n

По предположению индукции для квадрата $n-1$ мы смогли расставить $n-1$ квадратов 1×1 . ~~Возьмем~~ Возьмем квадрат обозначенный на рисунке. Остальные ~~квадраты~~ квадраты заблокированы (зачеркнутые линии), т.к. по условию квадраты не смежны по сторонам и столбцу. Если на диагонали (обозначена пунктиром) стоят $k \leq 2$ квадрата, то все хорошо и условие выполняется. Если же, там стоят уже 3 квадрата, то ~~прежде всего~~ ^{выберем} крайнюю верхнюю ^{и нижнюю} ~~и нижнюю~~ ^{и нижнюю} вершины и поместим их на свободные места. Таким образом квадраты не будут лежать на одной прямой. Ответ и т.д.

не доказано, что принцип работы

