

3101636107062

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия Б Е Л Я К О В

Имя А Р Т Е М

Отчество Ю Р Б Е В И Ч

Дата рождения 2 7 1 1 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 2 5

Телефон + 7 9 2 2 1 8 9 2 3 5 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 2 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с 1209 до 1210

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	20	—					
Балл члена жюри №2	20	20	0	10	—					

Итоговый балл 55

Подпись
члена жюри №1

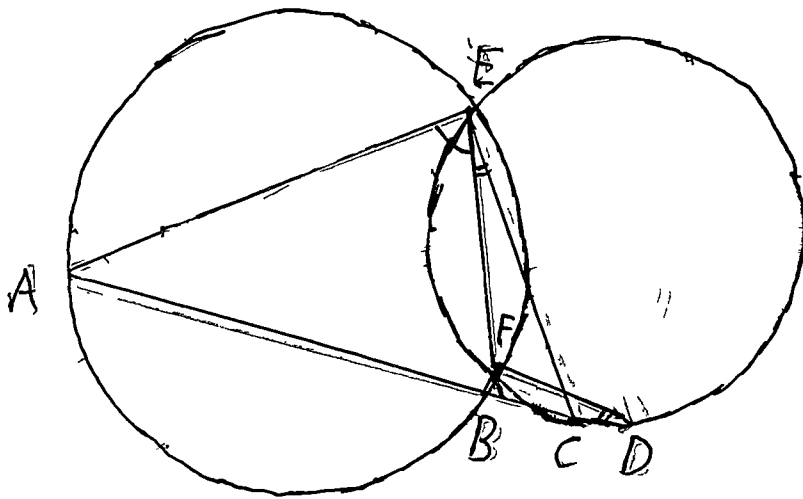
Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ЛИНИЯ ОТРЕЗА

~ 1



Четырёхугольник AEFB - вписанный $\Rightarrow$

$$\angle AEF = \angle DBF \quad \checkmark$$

Четырёхугольник CDEF также вписанный $\Rightarrow$

$$\angle CDF = \angle CEF \quad \checkmark$$

$$\angle AEF + \angle CEF = \angle AEC = 90^\circ$$

$$\angle AEF + \angle CEF = \angle AEF + \angle CEF = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\angle BFD = 180^\circ - \angle DBF - \angle CDF$$

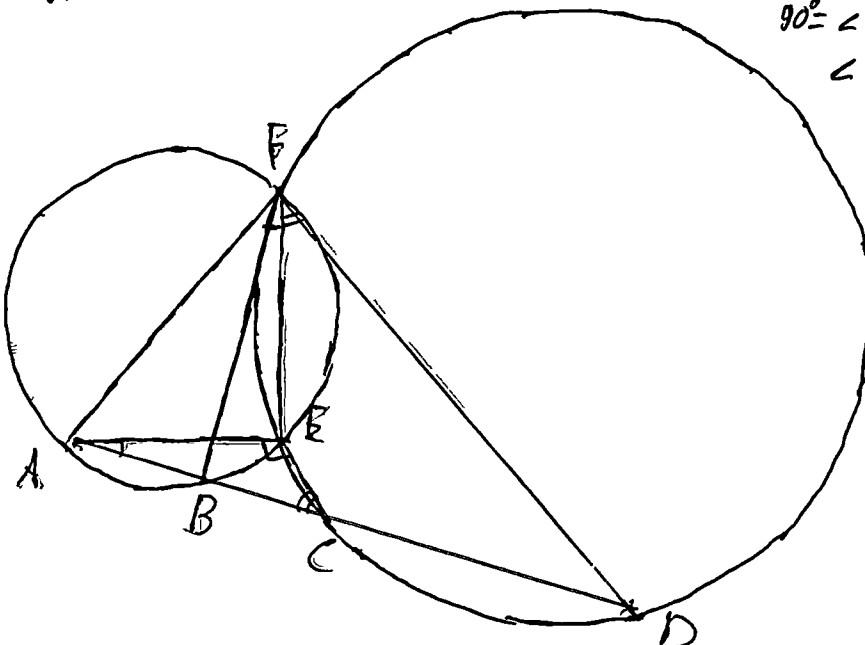
$$\angle DBF + \angle CDF = \angle AEF + \angle CEF = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\angle BFD = 180^\circ - \angle DBF - \angle CDF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Аналогичные рассуждения можно провести, если поменять конфигурацию точек E и F

$$90^\circ = \angle AEC = \angle CAE + \angle ACE = \angle BFE + \angle DFE$$

$$\angle BFD = \angle BFE + \angle DFE = 90^\circ$$



(+)

Если точки E и F лежат в разных полуплоскостях от прямой AB , то порядок точек будет ~~неправильный~~ (с между K и B)

N 2

Посмотрим на сумму 2025 последовательных натуральных чисел по модулю 5

Среди 2025 последовательных натуральных чисел каждый остаток по модулю 5 встречается $\frac{2025}{5} = 405$ раз (все числа разбиваются на группы по 5 чисел, в каждой последовательности. В каждой группе остатки не повторяются)

Общая сумма по модулю 5 $(0+1+2+3+4) \cdot 405 \cdot 5 +$

Если все числа разделены на 2 группы, в первой из которых сумма чисел имеет вид $3 \dots 3$, а во второй сумма имеет вид $4 \dots 4$, то общая сумма в десятичной записи оканчивается на $3+4=7$. Но она должна быть кратна 5 $\Rightarrow$

Так разбить числа невозможно



и 4

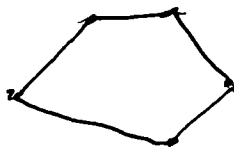
А почему 5 партий вообще возможно сыграть?

Если было сыграно хотя бы 5 партий, то вершин уже хотя бы 6. При этом если вершин ровно 6, то граф полный и браунд провести нельзя (каждый может сыграть только с 5 людьми). $n=3$ доказать
Будем представлять игру, как граф. В нем вершины-люди, ребра будем соединять 2 вершины, если соответствующие им люди сыграли партию.
После 5 раундов в графе ~~невышесказанное~~ какие-то ребра. Рассмотрим граф, состоящий из антиребер данного графа. В этом графе можно разбить все ребра на 2 вершины по парам, вершин соединенных ребром. Пары не должны пересекаться. (так мы сможем разбить людей на пары для 6 раунда, никаких ребер в данном графе-антиребра в исходном графе-говорит о том, что люди, соответствующие вершинам, соединенные этим ребром не играли друг с другом).
Т.е. в графе (из антиребер) можно найти паросочетание, в которое войдут все вершины.

Степень в каждой вершине в графе из антиребер 2 (человек сыграл с 5 людьми, с самим собой играть не может)

Пусть $n=4$

Рассмотрим граф антиребер.



В этом

почему принцип существует?

$n=4$ не год

В этом графе степень каждой вершины $8-6=2$

Если выбрать любое ребро из цикла длиной 3 (треугольник), то оставшиеся человеку из треугольника не кем будет играть.

Т.е. $n=4$ В данном случае 6 раунд провести нельзя

Пусть $n=5$

Степень каждой вершины в графе антиребер $10-6=4$

Представим данный граф, как 2 компонента связности, в одной из которых проведены все рёбра (по 4 из каждой вершины)

$n=5$ показано, как построено пример



Из каждой вершины сейчас исходит по 4 рёбра. Все рёбра находятся только внутри компонента. Выбрав паросочетание на всех вершинах кельза (если это получилось, то все вершины разделились на пары, соединённые рёбрами таких пар. Все рёбра все пары не имеют общих вершин. Также все рёбра проведены только внутри компонента, но хотя бы из внутренних рёбер из одной компоненты тогда в ней уже хотя бы 6 вершин, но вершин в каждой компоненте 5) ~~кон~~ $\oplus$

В данном случае 6 рёбер снова невозможно провести. Пусть $n > 5$

Тогда, $2n - 6 \geq n$ ($n \geq 6$ равносильно $n \geq 6$) $\checkmark$

Значит, в данном графе на $2n$ вершинах хотя бы n степеней каждой вершины хотя бы $2n$

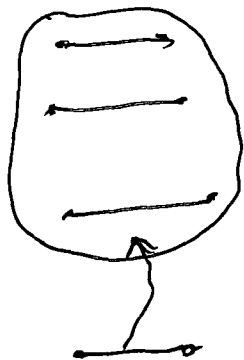
Докажем, что в таком графе есть паросочетание на всех вершинах (из пред.)

Будем набирать его постепенно

Пусть получилось набрать паросочетание из k рёбер ($k \leq n-1$)

Вне Покажем, что всего можно добавить рёбер

Вне паросочетания осталось хотя бы 2 вершины. Если они соединены рёбрами, то добавим это ребро в паросочетание. Если эти вершины были они соединены рёбрами, то добавим это ребро в паросочетание.



k (если нашлось 2 вершины, соединённых рёбрами вне паросочетания)

Если они не соединены рёбрами, то если не нашлось вершин соединённых рёбрами, то все рёбра из вершин вне паросочетания в паросочетание $\rightarrow$

дополнительный лист № 1

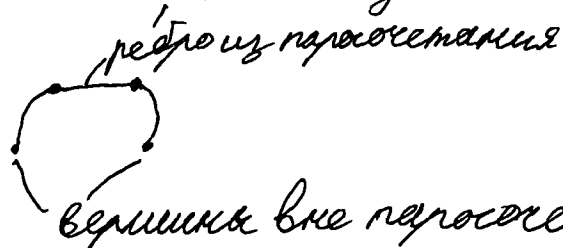
40

№ 4



В паросочетании приходит хотя бы 2 ребра

Покажем, что найдётся структура вида

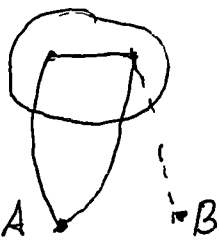


Рассмотрим ребро из паросочетания 2 вершины вне паросочетания & из них исходят хотя бы 2 ребра

~~Рассмотрим некоторое ребро паросочетания, из его кон-
цов исходит~~ Назовём эти вершины A и B

Рёбра и

Предположим, что такой структуры не нашлось. Значит, из каждой вершины, соединённой ребром паросочетания, исходит в 2-раствориваемые вершины не более 2-х рёбер суммарно (хотя бы из одной из данных 2-х вершин вне паросочетания рёбра приходят по 1-му концу & из второй рассматриваемой вершины вне паросочетания пришло бы 2-е ребро хотя бы в один конец ребра из паросочетания)



Но тогда нашлось бы структура указанного ранее вида)

Тогда, каждое из рёбер паросочетания добавляет к рёбрам, исходящим из A или B, не более 2-х рёбер

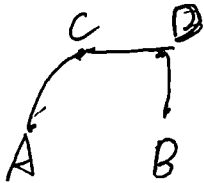
Но в таком случае из A и B суммарно исходят не более

$2k \leq 2(n-1) < 2n$ рёбер. & из A и B суммарно исходит $\geq 2n$ рёбер и все они идут в паросочетание $\Rightarrow$

Структура указанного вида найдётся (A B)

Рассмотрим её

обозр



(C, D - концы ребра паросочетания, A, B - вершины вне паросочетания)

Убрав ребро CD и добавив в паросочетание ребра AC и BD
Количество ребер в паросочетании увеличится

Получаем, что если в паросочетании меньше ребер, то
в него можно добавить ребро. $\Rightarrow$

Найдётся паросочетание ка 2n вершинах (из n ребер)

Поэтому, можно провести сраунд.

Ответ $n=3, 4, 5$



дополнительный лист № 2

№ 3

Пусть $a \geq b \geq 2$ Тогда, $2 + \frac{4}{2} + \frac{4}{4} \geq 5$ - верно, и $\frac{a+b}{a^2} = \frac{4}{4} = 1$

Теперь попробуем увеличивать a , не меняя сумму $a+b$

Тогда, $(a > 2; b < 2)$ $a + \frac{a^2}{b} > 4 \Rightarrow \frac{a^2}{a+b} > 4$

дальнейших продвижений нет

г.

