



3101824438224

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия НАГОРНОВА

Имя АНАСТАСИЯ

Отчество ВЛАДИСЛАВОВНА

Дата рождения 30 01 2007

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 115

Телефон 89128200101

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101824438224

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	—	—	0	0					
Балл члена жюри №2	20	—	—	10	0					

Итоговый балл

25

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задача 1) 3-х знач число $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, где $1 \leq a \leq 9$

~~277~~ c и $(a+b+c)$ — имеют одинаковую последнюю цифру $\Rightarrow$

$$\begin{matrix} 0 \leq b \leq 9 \\ 0 \leq c \leq 9 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow c \equiv a+b+c \pmod{10} \Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{10}$$

Аналог $b \equiv ab+bc+ac \pmod{10}$ и $a \equiv abc \pmod{10}$

Рассмотрим случаи с a

1) $a=1$ $1+b \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow b \equiv -1 \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow b=9$, $b=9 \Rightarrow 1 \equiv 9c \pmod{10} \Rightarrow$ числа от 1 до 9 при умножении на 9 в результате всегда все цифры будут по 1 разу (кроме 0) $\rightarrow$
 $\rightarrow c=9$ ($9 \cdot 9 = 81 \equiv 1 \pmod{10}$) Проверка $9 \equiv 1 \cdot 9 + 9 \cdot 9 + 9 \cdot 1 = 18 + 81 = 99 \equiv 9 \pmod{10}$ $\checkmark$

$\rightarrow$ пар $(1, 9, 9)$ +

2) $a=2$ $b \equiv -2 \equiv 8 \pmod{10} \Rightarrow b=8$ (~~Заметим, что $1 \leq a+b \leq 18 \Rightarrow b=8$~~)

~~Т.к.~~ $1 \leq a+b \leq 18 \Rightarrow$ Если $a+b \equiv 0 \pmod{10}$, то $a+b=10$ +

$$0 < a+b < 20$$

$$2 \equiv 28c = 16c \pmod{10} \Rightarrow 2(8c-1) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 8c-1 \equiv 0 \pmod{5}$$

$8c \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow$ пар $(c=2, 7)$ (т.к. $8 \cdot 1 \not\equiv 1$, а дальше с шагом 5 находим $c=2, 7$)

$(c=2)$ $8 \equiv 8(2+2) + 4 = 36$ $\checkmark$

$(c=7)$ $8 \equiv 8(2+7) + 14 = 86$ $\checkmark$

3) $a=3, b=7$ $3 \equiv 21c \pmod{10} \Rightarrow 3(1-7c) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 3(7c-1) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 7c \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow c=3$ или 2
 $(c=3)$ — пар $(a=3, b=7, c=3)$
 $(c=13 > 9)$

$$\rightarrow 7 \equiv 7(3+3) + 3 \cdot 3 = 31$$

4) $a=4, b=6$ $4 \equiv 24c \pmod{10} \Rightarrow 4(6c-1) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 6c \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow c=1, 6$

$c=1$ $6 \equiv 6(4+1) + 4 = 34$ $\checkmark$

$c=6$ $6 \equiv 6(6+4) + 24 = 84$ $\checkmark$

5) $a=5, b=5 \Rightarrow 5 \equiv 25c \pmod{10} \Rightarrow 5(5c-1) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 5c \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow c=1, 3, 5, 7, 9$

$$\rightarrow b \equiv ab+bc+ac \pmod{10} \Rightarrow b \equiv ab+bc+ac \pmod{10} \Rightarrow 5 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow 5(5+c) + 5c = 5(5+2c) \equiv 0 \pmod{5}$$

и $b \equiv ab+bc+ac \pmod{2} \Rightarrow 5 \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow 5(5+2c) \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow$ все c — пар

$(a=5, b=5, c=1, 3, 5, 7, 9)$ + $4+4+1=4/2$

6) $a=6, b=4 \Rightarrow b \equiv 24c \pmod{10} \Rightarrow 6(4c-1) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 4c \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow c=4, 9$

$4 \equiv 6(4+c) + 4c \pmod{10} \Rightarrow c=4$ $4 \equiv 6(4+4) + 16 = 64$ $\checkmark$ $2 \equiv 32 + 5c \pmod{5} \Rightarrow 10 + 5c \equiv 0 \pmod{5} \checkmark$

$c=9$ $4 \equiv 6(4+9) + 36 = 90$ $\checkmark$ $\rightarrow (6, 4, 4 \text{ и } 6, 4, 9)$ +

$$7) a=7, b=3 \rightarrow 7 \equiv_{10} 21c \rightarrow 7(3c-1) \equiv_{10} 0 \Rightarrow 3c \equiv_{10} 1 \Rightarrow c=7$$

$$3 \equiv_{10} 3(7+7) + 7 \cdot 7 = 49 + 42 \equiv_{10} 1 \quad \checkmark$$

$$8) a=8, b=2 \rightarrow 8 \equiv_{10} 16c \Rightarrow 8(2c-1) \equiv_{10} 0 \Rightarrow 2c \equiv_{5} 1 \Rightarrow c=3, 8$$

$$2 \equiv_{10} 16 + 2c + 8c = 16 + 10c \Rightarrow 14 + 10c \equiv_{10} 0 \Rightarrow 14 \equiv_{10} 0 \quad \checkmark$$

$$9) a=9, b=1 \Rightarrow 9 \equiv_{10} 9c \Rightarrow 9(c-1) \equiv_{10} 0 \Rightarrow c \equiv_{10} 1 \Rightarrow c=1$$

$$1 \equiv_{10} 9+9+1 \equiv_{10} 9 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow 016, 199, 551, 553, 557, 559, 555, 644, 649$$

$$3) 2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy-x-y} z = \underbrace{x+y+z}_z \quad \cdot 2^{xy-x-y} = 2^{(x-1)(y-1)-1} > 0 \text{ нпу } \forall x, y$$

$$\Rightarrow x+y+z$$

$$\cdot \text{Заметим, что левая часть } 2^{(x-1)(y-1)-1} \text{ и } x+y \rightarrow 2^{(x-1)(y-1)} \vee 2x+2y$$

$$\cdot 2^{(x-1)} \vee 2x \Rightarrow 2^{x-2} \vee x \Rightarrow 2^{x-2} > x+1 \text{ нпу } x \geq 5 \quad (\text{тк } x=4 \quad 2^2 \not\geq 4+1 \Rightarrow x=5 \quad 2^3 \geq 5+1)$$

$$\Rightarrow \text{тк } 2^{x-2} \text{ — монот } \nearrow \Rightarrow \text{наж бее } x \geq 5$$

$$\text{Аналог } 2^{y-2} > y \text{ нпу } y \geq 5 \rightarrow 2^{(x-2)(y-2)} \geq 2x+2y+4$$

$$\Rightarrow 2^{(x-1)(y-1)} \geq 2x+2y+4 \quad \begin{cases} 2^{y-1} > 2y+2 \\ 2^{x-1} > 2x+2 \end{cases} \Rightarrow 2^{(x-1)} + 2^{(y-1)} > 2x+2y+4 \Rightarrow (x, y \geq 5)$$

$$\rightarrow \text{нпу } x, y \geq 5 \quad 2^{(x-1)} 2^{(y-1)} \geq 2^4 2^4 > 2^4 + 2^4 \quad (\text{тк } (2^{(x-1)}-1)(2^{(y-1)}-1) > 0)$$

$$\text{нпу } \forall x, y > 2 \rightarrow 2^{x-1} \cdot 2^{y-1} + 1 > 2^{x-1} + 2^{y-1} + 1 \rightarrow 2^{x-1} 2^{y-1} > 2^{x-1} + 2^{y-1}$$

$$\rightarrow \text{пусть } x, y \text{ — натур } \rightarrow 2^{(x-1)(y-1)} \geq 2x+2y+2 \quad 2^{(x-1)(y-1)-1} - 1 \geq x+y$$

$$\left(\frac{2^{(x-1)(y-1)-1} - 1}{2} \right) z = x+y \Rightarrow \text{нпу } x, y \geq 5 \text{ или } x \text{ берга } > \text{натур } x < 5 \text{ ? } y \geq 5$$

$$\Rightarrow 1 \leq x, y \leq 4$$

$$1) x=1 \quad \left(\frac{1}{2} - 1 \right) z = x+y \Rightarrow \frac{x+y+z}{2} = 0 \quad \checkmark$$

$$2) x=2 \quad (2^{y-2} - 1) z = 2+y$$

$$2^{2y} z = 4 \cdot 2^y (2+y+z) \Rightarrow 2^{2(y-1)} z = 2^y (2+y+z)$$

$$2^{y-2} \cdot z = 2+y+z \Rightarrow \frac{z+y}{2+y} = 2$$

Бланк ответов

$$y=1 \quad \frac{z}{2} = 2+1+z$$

$$z = 6+2z \Rightarrow z+6=0 \downarrow$$

$$y=2 \quad z = 4+z \Rightarrow 4=0 \downarrow$$

$$y=3 \quad 2z = 5+z \Rightarrow z=5 \Rightarrow (2, 3, 5)$$

$$y=4 \Rightarrow 4z = 6+z \Rightarrow z=2 \Rightarrow (2, 4, 2)$$

$$3) x=3 \quad 2^{3y-3-y} \cdot z = 3+y+z$$

$$2^{2y-3} z = 3+y+z$$

$$y=1 \quad \frac{z}{2} = 4+z \Rightarrow \frac{z}{2}+4=0 \downarrow$$

$$y=2 \quad 2z = 5+z \Rightarrow z=5 \Rightarrow (3, 2, 5)$$

$$y=3 \quad 8z = 6+z \Rightarrow 7z=6 \Rightarrow z=\frac{6}{7} \downarrow$$

$$y=4 \quad 32z = 7+z \Rightarrow 31z=7 \Rightarrow z=\frac{7}{31} \downarrow$$

$$4) x=4 \quad 2^{4y} y^{-4} z = 4+y+z$$

$$2^{3y} z = 4+y+z$$

$$y=1 \quad \frac{z}{2} = 5+z \Rightarrow \frac{z}{2}+5=0 \downarrow$$

$$y=2 \quad 4z = 6+z \Rightarrow 3z=6 \Rightarrow z=2 \Rightarrow (4, 2, 2)$$

$$y=3 \quad 32z = 7+z \Rightarrow z=\frac{7}{31} \downarrow$$

$$y=4 \quad 256z = 8+z \Rightarrow z=\frac{8}{255} \downarrow$$

⇒ Ответ $(x, y, z) = (2, 3, 5), (2, 4, 2), (3, 2, 5), (4, 2, 2)$

Проверка

$$2, 3, 5 \quad 2^6 \cdot 5 = 2^5 \cdot 10 = 2^6 \cdot 5 \quad \checkmark$$

$$2, 4, 2 \quad 2^8 \cdot 2 = 2^6 \cdot (6+2) = 2^9 \quad \checkmark$$

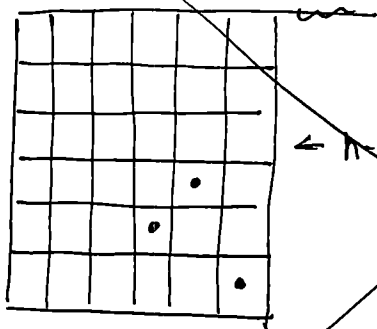
$$3, 2, 5 \quad 2^6 \cdot 5 = 2^5 \cdot 10 = 2^6 \cdot 5 \quad \checkmark$$

$$4, 2, 2 \quad 2^8 \cdot 2 = 2^6 \cdot 8 = 2^9 \quad \checkmark$$

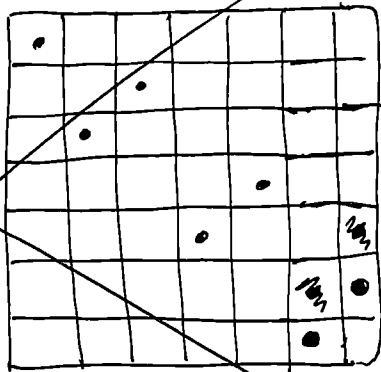
все проверки
выполнены

Задача 5)

Способ размещения



$\leftarrow n-1$



$n-k/2$

Тогда в кану $ср + сдвд - по \pm$ и $1-5$ км

$\pm k$ и $сдвд \geq 4$ на $1-5$ $ср$ $прямой$ (с $центр$) $\rightarrow$ $звд$ $б$

Разобьем на $3 \times 3 \rightarrow$ (с остатком)

$\downarrow$
всего можно
взять $диагональ$
этих $центральных$ $и$
(как показано на рисе)

$\downarrow$
Если $сдвд \pm$ $и$ $а$
пред $по 1/2$ (в $зависим$
от $n \equiv 1/2$) $\rightarrow$ $возьмем$

$условия$ $и$ $\square_1$ или $\square_2 \rightarrow$ $возьмем$ $его$ $двд$ (как
показано на рисе $\Rightarrow$ Тогда $так$ на $1-5$ $прямой$ - 3 $и$

Почему алгоритм верен для $n \times n$)

Бланк ответов

