



3101059077946

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия КУЛИКОВА

Имя ЯРОСЛАВА

Отчество ВЯЧЕСЛАВОВНА

Дата рождения 15 11 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 338

Телефон

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101059077946

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке 0 2

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	—	—					
Балл члена жюри №2	20	20	—	0	—					

Итоговый балл 40

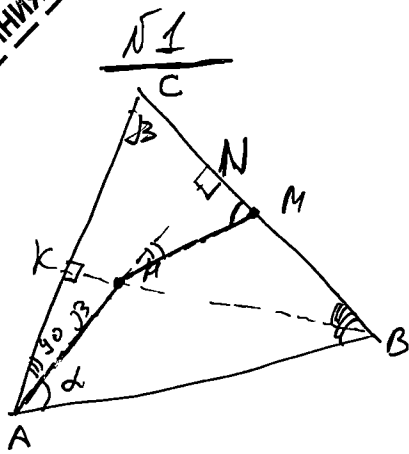
Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов



Дано: $\triangle ABC$ - остроугольный

$BK \perp AC$, $AN \perp BC$ - высоты

$BK \cap AN = H$

AM - медиана, $MC = MB$, $AMMB$ - вписанный

Найти $\frac{CN}{BN}$ - ?

Решение

- 1) Рассмотрим $\triangle ANB$ пусть $\angle NAB = \alpha$ Тогда по сум углов $\angle NBA = 90^\circ - \alpha$
- 2) $AMMB$ - впис. $\Rightarrow \angle BAN + \angle MMB = 180^\circ$, $\angle ABM + \angle MMA = 180^\circ \Rightarrow \angle HMB = 180 - \alpha$
- 3) $\triangle NHM$ $\angle NHM = 180 - \angle HMB = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$ как смежные
 $\angle NHM = 90 - \alpha$ по сум угл
- 4) $\triangle NHM$ и $\triangle NBA$ $\angle N = 90^\circ$, $\angle NAB = \angle NHM = \alpha \Rightarrow \triangle NBA \sim \triangle NHM$
по 3-м углам $\Rightarrow \frac{NM}{AN} = \frac{NH}{BN}$
- 5) $\triangle BKC$ пусть $\angle KCB = \beta$ Тогда по сум углов $\angle CBK = 90^\circ - \beta$
(т.к. $\angle CKB = 90^\circ$)
- 6) $\triangle CKB$ и $\triangle HNB$ $\angle CBK = \angle HNB$, $\angle HNB = 90^\circ = \angle CKB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle CKB \sim \triangle HNB$ по 3 углам $\Rightarrow$
- 6) $\triangle CNA$ $\angle CNA = 90^\circ$, $\angle ACN = \beta \Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - \beta = \angle CBK$
- 7) $\triangle BNM$ и $\triangle CNA$ $\angle ANC = 90^\circ = \angle BNM$, $\angle NBM = 90^\circ - \beta = \angle CAN \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle BNM \sim \triangle CNA$ по 3 углам $\Rightarrow \frac{CN}{NM} = \frac{AN}{BN}$

$$8) \text{ из пункта 4 } \Rightarrow BN \cdot MN = NM \cdot AN \quad \left| \Rightarrow BN \cdot MN = BN \cdot CN \right.$$

$$\text{из пункта 7 } \Rightarrow BN \cdot CN = AN \cdot NM$$

Заметим, что $BN \neq 0$, т.к. $\triangle ABC$ остроугольный и высота AN не совпадает с AB

значит, $MN = CN$

$$9) \text{ ~~AM~~ } MN + CN + BM = BC, \quad BM = MC - MN + CN \text{ по усл, } MN = CN \text{ по доказ.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{ ~~BC~~ } BN = 2CN + CN = 3CN \Rightarrow \frac{CN}{BN} = \frac{CN}{3CN} = \frac{1}{3}$$

Ответ $\frac{1}{3}$

+

№2 Допустим, шестой тур известен
Рассмотрим игрока, которому в ~~этом~~ этом туре не
останется пары Б о о пусть это игрок №1
Также Б о о пусть он первые 5 туров играет с 2, 3, 4, 5, 6
соответственно

В 6-м туре он должен играть с 7 или 8 Он не сможет с
ними играть только в одном случае - когда шестой тур они
играют друг с другом (7 и 8) или каждый из них играет с {2, 3, 4, 5, 6}
Заметим, что тогда первые пять туров 7 и 8 не играют с игроками
№1 (7 и 8 бы с 2, 3, 4, 5, 6), 6-й тур они играют вместе =>
=> множество противников первых пяти туров у них однозначно
восстанавливается - это {2, 3, 4, 5, 6}

При этом единственное важное условие - противник одного
и того же тура у 7 игроков 1, 7 и 8 не совпадает =>
=> Для 7 и 8 подойдут любые перестановки элементов
данного множества, такие, что у игроков 1, 7, и 8 все
числа на месте под номером i попарно различны для всех i от 1 до 5
Составим следующую таблицу (на пересечении номера раунда и

Номер игрока	Номер раунда					
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	X
2	1	-	7	8	7	
3	7	1	2	4	8	
4	8	7	1	5	5	
5	-	8	7	1	7	
6	1	2	8	7	1	
7	3	4	5	6	2	8
8	4	5	6	2	3	7

номера игрока находится пара этого
игрока во время соответств раунда)
Заполним таблицу в соответствии с
определенными медалями игроков
1, 7 и 8 Тогда большинство клеток
восстановится однозначно
Таким образом в каждом столбце №1-5
осталось ровно 2 пустых клетки.
Они тоже восстанавливаются однозначно,
т.к. эти ~~два~~ игрока с пустыми клетками
могут играть только друг с другом

№2 (исправленное)

Пусть шестой тур невозможен

Б.о.о. пусть игрок №1 остался без пары в 6 туре
 Какое Б.о.о. пусть туры от 1 до 5 он играет с 2, 3, 4, 5, 6 соответственно.

Тогда 6-й тур он должен играть с 7 или 8. Он не сможет с ними играть только в случае, если они обязаны в 6-м туре играть с кем-то другим.

При этом они не играют с игроком 1 в турах 1-5. ~~Или~~
 То есть они тогда могут играть только с теми, кто в следующем номере 7 {2, 3, 4, 5, 6, 8} ^{много-во}
 номер 8 {2, 3, 4, 5, 6, 7}

При этом если 7 не играет с 8-м в турах 1-5, то и 8 не играет с 7 (т.е. у них будут перестановки множ-ва {2, 3, 4, 5, 6}).

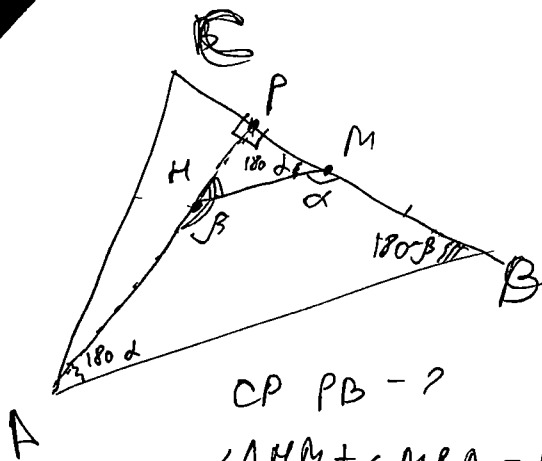
Пусть ~~4~~ 7 не играет с 8. Тогда для 7 и 8 подойдут любые перестановки такие, что на одинаковых местах не стоит одинаковые числа из множества {2, 3, 4, 5, 6} (противник одного и того же тура у 1, 7 и 8 разный).

номер игрока	номер раунда					
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	
2	1	6	7	8	7	
3	7	1			8	
4	8	7	1			5
5	6	8	7	1		
6	5	7	8	7	1	
7	3	4	5	6	2	
8	4	5	6	3	2	

В каждой столбце осталось по 2 пустых клетки. Числа в них восст. однозначно-эти игроки могут быть только друг с другом (отметками пунктиром). Такая таблица однозначна, т.к. неважно, какие именно перестановки у игроков 7 и 8. Заметим, что 6-й тур можно провести 6-й столбец может быть такой.

Заметим, что нельзя провести 6-ю игру. Если 7 будет играть с 8, то 1 игрок будет без пары. Если 7 будет играть с 1, то без пары останется игрок 8. (Т.к. еще можно было играть только с 7 и 1). Если 8 будет играть с 1 - то без пары игрок 7 (аналогично). Следовательно, 1 не может ни с кем играть, и т.д.

Ответ: да, возможно такое, что нельзя будет провести 6-й тур. Пример таких туров - таблица

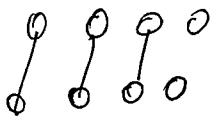


CP PB - ?
 $\angle AMM + \angle MBA = 180^\circ$
 $\angle HMB + \angle BAM = 180^\circ$

$$\frac{PM}{PA} = \frac{PM}{PB} = \frac{MM}{AB} \quad PM \cdot PB = PA \cdot PM$$

$$\frac{CM}{MB} = 1$$

a, a+k, a+2k, a+3k
 b, c, d



1 2
 3 5
 5 6
 7 8

$$gk(d^2 + k^2 + k)$$

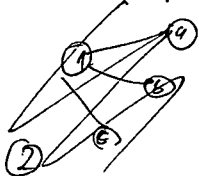
$$2(d^2 - 3kd - d^3)$$

1 4
 3 6
 5 8
 7 2
 8 4 = 28 nap

①—②

③—④

1 6
 3 8
 5 2
 7 4



$$a^2 + (a+3k)^2 = (a+2k)^2 + (a+k)^2 \quad \text{сумма}$$

$$a^2 + a^2 + 6ak + 9k^2 = (a^2 + 4ak + 4k^2)(a+2k) + (a^2 + 2ak + k^2)(a+k)$$

$$2a^2 + 6ak + 9k^2 = a^3 + 4a^2k + 4ak^2 + 2a^2k + 8ak^2 + 8k^3 +$$

$$+ a^3 + 2a^2k + ak^2 + a^2k + 2ak^2 + k^3 =$$

$$= 2a^3 + 9a^2k + 15ak^2 + 9k^3 \quad \text{выражение}$$

k > 0 не

$$2a^3 - 2a^2 + 9a^2k + 15ak^2 + 9k^3 - 6ak - 9k^2 = 0$$

$$2a^3 - 2a^2 + k(9a^2 - 6a) + k^2(15a - 9) + k^3 = 0$$

$$2a^3 - 2a^2 + k(9a^2 - 6a) + k^2(15a - 9) + k^3 = 0$$

$$2a^3 - 2a^2 + k(9a^2 - 6a) + k^2(15a - 9) + k^3 = 0$$

$$(d-3k)^2 + d^2 = (d-2k)^2 + (d-k)^2$$

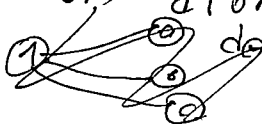
$$d^2 - 6kd + 9k^2 + d^2 = d^2 - 4kd + 4k^2 + d^2 - 2kd + k^2$$

$$2d^2 - 6kd + 9k^2 = d^3 - 6kd^2 + 12k^2d - 8k^3 + d^3 - 3kd^2 + 3k^2d - k^3$$

$$2d^2 - 6kd + 9k^2 = 2d^3 - 9kd^2 + 15k^2d - 9k^3$$

$$2d^2 - 6kd + 9k^2 - 2d^3 + 9kd^2 - 15k^2d + 9k^3 = 0$$

$$-2d^3 + d^2(2+9k) - d(6k+15k^2) + 9k^3 + 9k^2 = 0$$



1 2 3 4 5

1 a b c d e
 2 b e d e a
 3 c d e a b
 4 d e a b e
 5 e o b c d

6 7 8
 f g h

$$(d-k)(d^2-2kd+k^2)$$

$$d^3-2kd^2+k^2d-kd^2+$$

$$+2k^2d-k^3=$$

$$=d^3-3kd^2+3k^2d-k^3$$

$$d-3k \quad d-2k \quad d-k \quad d$$

$$(d-2k)(d^2-4kd+4k^2)=$$

$$=d^3-4kd^2+4k^2d-2kd^2+$$

$$+8k^2d-8k^3$$

$$d^3-6kd^2+12k^2d-8k^3$$

$$+2d^2 - 6kd + 9k^2 - 2d^3 + 9kd^2 - 15k^2d + 9k^3 = 0$$

$$D \rightarrow d < 3$$

$$(d-3k)^2 + d^2 = (d-2k)^2 + (d-k)^2$$

Типа этом ~~d~~ $d > 3k$, + в нуля не ноль

$$9k^3$$

$$0 < 3k < d < 3$$

2 X для пары две X в 6 паре

$$\textcircled{1} \begin{array}{cccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \end{array}$$

$$a^2 + d^2 = 6^2 + 0^2$$

$$2d^3$$

$$2d^3 - 2d^2 + 6dk - 9k^2 - 9d^2k + 15dk^2 - 9k^3 = 0$$

$$2d^3 - d^2(2-9k) + 3dk(2k+5k^2) - 9k^2(1+k) = 0$$

Хотел

Узел	Типовые в паре						
	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	
2	3	4	5	6	2	8	
3	4	5	6	2	3	7	
4	1	6	3	8	7	4	
5	7	1	2	4	8		
6	8	7	1	3	5		
7	5	6	8	7	1	4	
8	6	5	2	8	7	1	

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$7 \quad \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

$$8 \quad \{3, 4, 5, 6, 2, 7\}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	1					3	4
2	3		1				4	5
3	4			1			5	6
4	5				1		6	2
5	6					1	2	3
6								

Хотел пары

$$\textcircled{1} \quad 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$7 - 3, 4, 5, 6, 2, 8$$

$$8 - 4, 5, 6, 2, 3, 7$$

$$2 - 1,$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

- ① — 2, 3, 4, 5, 6
 ② — ④, 4, 5, 6, 7
 ③ — ④, 1, 6,
 ④ —
 ⑤ —
 ⑥ —
 ⑦ —
 ⑧ —

- 1 — 2, 3, 4, 5, 6
 2 — 1, 4, 3, 6, 5
 3 — 4, 1, 2, 7, 8
 4 — 3, 2, 1, 8, 7
 5 — 6, 7, 8, 1, 2
 6 — 5, 8, 7, 2, 1
 7 — 8, 5, 6, 3, 4
 8 — 7, 6, 5, 4, 3

$$(1, 7) / (2, 7)$$

$$1, 8 / (2, 8)$$

$$(3, 5) / (3, 6)$$

$$4, 5 / (4, 6)$$

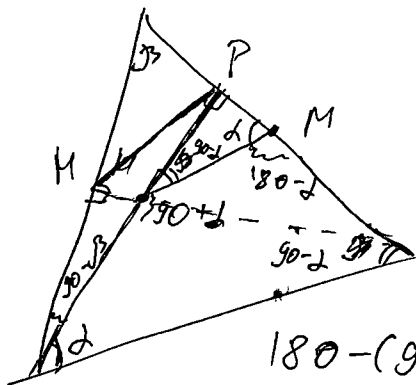
$$(5, 3) / (5, 4)$$

$$6, 3 / (6, 4)$$

$$(7, 1) / (7, 2)$$

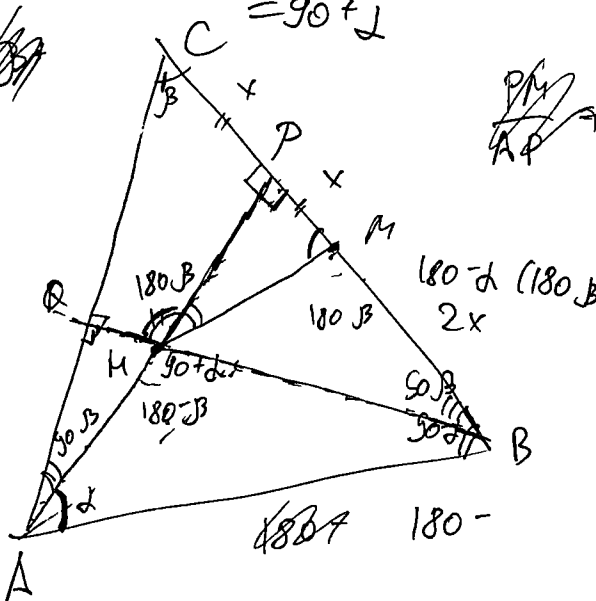
$$8, 1 / (8, 2)$$

$$\frac{PC}{PB} = ?$$

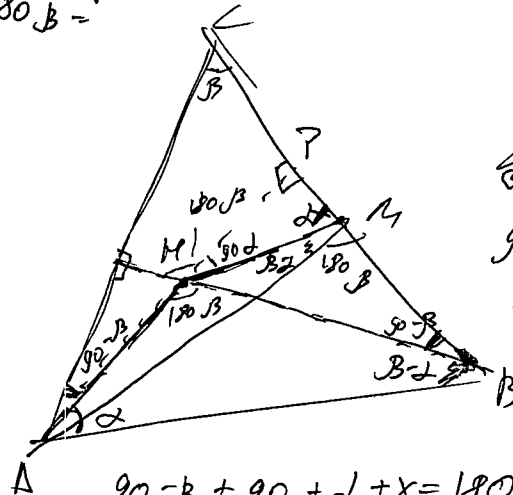


$$180 - (90 - \alpha) = 90 + \alpha$$

~~180~~



$$\frac{PM}{PA} = \frac{PM}{PB} = \frac{MH}{AB}$$



~~180~~

$$90 - \alpha - (\beta - \alpha) = 90 - \beta$$

$$\frac{AQ}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{MQ}{PM}$$

$$\left(\frac{PM}{AP} = \frac{PM}{BP} \right) \frac{90 + \alpha - (180 - \beta)}{AB} = \alpha + \beta - 90$$

$$90 - \beta + 90 + \alpha + x = 180$$

$$180 - \alpha - (90 - \beta) - 90^\circ =$$

$$= \beta - \alpha$$

$$PC + PM + MB = BC$$

$$BP \cdot AM = AQ \cdot BM$$

$$PM \cdot AM = HQ \cdot MB$$

$$BP \cdot PM = AP \cdot PM$$

~~BC~~
~~AP~~

$$\frac{BQ}{BP} = \frac{BC}{BM} - \frac{CQ}{PM}$$

$$\frac{PC}{PM} = \frac{AC}{BM} = \frac{AP}{BP}$$

$$PC \cdot BP - AP \cdot PM =$$

$$= PM \cdot BP$$

$$PC = PM$$

$$PC + PM = MB = \frac{1}{2} BC$$